Übungen zur Thermodynamik und Quantenstatistik Blatt 9 (für die Übungen in der Woche vom 23.06.)

Aufgabe 1 Chemisches Potential für ideales Gas

- a) Geben Sie das chemische Potential $\mu(T,P)$ für ein ideales Gas mit der Wärmekapazität $C_V(T,N)$ an.
- b) Was ergibt sich speziell für das einatomige Gas mit $C_V = \frac{3}{2}Nk_B$? Wählen Sie den Nullpunkt von μ so, dass $\mu(T=0,P)=0$.

Aufgabe 2 Siedetemperatur von Wasser auf der Zugspitze

Bei Normaldruck $P \approx 1$ bar (auf Meereshöhe) siedet Wasser bei $T \approx 373 \,\mathrm{K}$ (oder $100 \,^{\circ}\mathrm{C}$).

- a) Schätzen Sie die Siedetemperatur von Wasser auf der Zugspitze (Höhe ca. 3 km) ab. Benutzen Sie dabei die barometrische Höhenformel $P(z) = P(0) \exp(-mgz/k_BT)$, die in Kap. 4.3 der Vorlesung hergeleitet wird. Hierbei ist m die mittlere Masse eines Luftmoleküls und z die Höhe über dem Meeresspiegel. Die Verdampfungsenthalpie von Wasser ist $q \approx 4 \cdot 10^4 \text{ J/mol}$. Der Wasserdampf kann als ideales Gas behandelt werden, und das Wasservolumen kann gegenüber dem Gasvolumen vernachlässigt werden. Nehmen Sie an, dass die Steigung dP_d/dT entlang der Dampfdruckkurve näherungsweise konstant ist.
- b) Diskutieren Sie die Näherungen, die in die Rechnung von Teil a) eingehen.

Aufgabe 3 Sieden einer Salzlösung auf der Zugspitze

Mit welcher Salzkonzentration siedet Wasser auf der Zugspitze bei 100°C?

Hinweis: Es empfiehlt sich, zunächst Aufgabe 2 zu bearbeiten.

Aufgabe 4 Dichteprofil der Erdatmosphäre

Bestimmen Sie für eine Luftsäule (Grundfläche A) im homogenen Schwerefeld $\vec{g} = -g\hat{z}$ die Teilchendichte n(z) = N/V. Behandeln Sie die Luft dabei als ideales Gas mit $c_V(T) = \text{const.}$

- a) Konvektives Gleichgewicht (Wind oder Konvektion): Die Entropie ist konstant, S(z) = const. Bestimmen Sie n(z) aus der Bedingung minimaler Energie. Geben Sie zunächst den Zusammenhang zwischen der Temperatur T und der Dichte n = N/V für dS = 0 an, und die Energiedichte E/V als Funktion von z und n(z). Bestimmen Sie dann die Energie E[n] als Funktional von n(z) und minimieren Sie diese, d.h. lösen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung.
- b) Barometrische Höhenformel: Die Temperatur ist konstant, T(z) = const. Bestimmen Sie n(z) aus der Bedingung minimaler freier Energie. Geben Sie dazu die freie Energie F[n] als Funktional von n(z) an und verfahren Sie ähnlich wie in a).