

Übungen zur Thermodynamik und Quantenstatistik

Blatt 2 (für die Übungen in der Woche vom 05.05.)

Problem 1 Zentraler Grenzwertsatz I: Tankstelle

Die Menge an Diesel, die jede Woche an einer Tankstelle in der Nähe der Universität gekauft wird, folgt einer Normalverteilung mit Mittelwert 200.000 Liter und Standardabweichung 40.000 Liter. Der anfängliche Dieselvorrat beträgt 300.000 Liter, und jede Woche werden 190.000 Liter angeliefert.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Dieselvorrat nach 11 Wochen unter 80.000 Liter gefallen?
- Wie viele Liter sollten pro Woche geliefert werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass der Dieselvorrat nach 11 Wochen unter 80.000 Liter fällt, 0.5% ist?

Problem 2 Zentraler Grenzwertsatz II: Wahlen

Sie führen eine Umfrage unter Wahlberechtigten durch, um das Abschneiden einer Partei bei den nächsten Wahlen zu prognostizieren.

- Wie viele Wähler müssen Sie mindestens befragen, um mit 95% Wahrscheinlichkeit das Wahlergebnis der Partei mit einer (absoluten) Genauigkeit von $\pm 1\%$ vorherzusagen? Nehmen Sie dabei an, dass 27% der von Ihnen Befragten die Partei wählen würden.
- Was passiert, wenn das zu erwartende Wahlergebnis der Partei extrem niedrig (wie bei Splitterparteien) oder extrem hoch (wie in totalitären Systemen) ist?

Problem 3 Phasenraum des eindimensionalen Oszillators

Ein eindimensionaler Oszillator hat die Hamiltonfunktion

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2.$$

- Welche Form hat die Kurve $H(q, p) = E$ im Phasenraum?
- Berechnen Sie das Phasenraumvolumen $V_{\text{PR}}(E)$, das von dieser Kurve eingeschlossen wird.
- Quantenmechanisch sind die Energieeigenwerte gegeben durch $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$. Berechnen Sie die Anzahl N_E der Zustände mit $E_n \leq E$ als Funktion von $V_{\text{PR}}(E)$.

Problem 4 Verschiedene Phasenräume

Zeichnen Sie Trajektorien im Phasenraum für folgende Objekte:

- ebenes Pendel: $x, \dot{x}$ und $\theta, \dot{\theta}$
- Kreispendel ungedämpft und gedämpft: $x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}$ (mit $\varphi, \theta =$ Kugelkoordinaten)
- Fallschirmspringer unter Berücksichtigung der Höhenabhängigkeit der Luftdichte
- senkrecht nach oben geworfener Ball