

Übungen zur Thermodynamik und Quantenstatistik

Blatt 1 (für die Übungen in der Woche vom 28.04.)

Problem 1 Würfeln

Betrachten Sie einen idealen Würfel, bei dem alle Augenzahlen gleich wahrscheinlich sind.

- Berechnen Sie den Mittelwert und die Schwankung der Augenzahl, wenn unendlich oft gewürfelt wird.
- Diskutieren Sie, warum beim einmaligen Würfeln die Augenzahl nicht vorhergesagt werden kann, obwohl die Bewegungsgleichungen des Würfels bekannt und (zumindest numerisch) lösbar sind.

Problem 2 Qualitätskontrolle

Sie verdienen sich während Ihres Studiums etwas hinzu, indem Sie Computer zusammenschrauben und verkaufen. Leider sind Sie dabei nicht besonders geschickt, so dass im Durchschnitt 15% der Computer defekt sind. Zum Glück gibt es eine elektronische Qualitätskontrolle, die mit 94% Wahrscheinlichkeit einen defekten Computer erkennt, aber den Nachteil hat, dass sie mit 5% Wahrscheinlichkeit auch einen fehlerfreien Computer aussortiert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Computer, der die Qualitätskontrolle besteht, trotzdem defekt ist?

Problem 3 Poissonverteilung

In Kap. 1.2 der Vorlesung haben wir die Binomialverteilung

$$W_N(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n}$$

eingeführt. In Kap. 1.3 haben wir gezeigt, dass für $p(1-p)N \gg 1$ daraus in guter Näherung eine Normalverteilung wird. Nehmen Sie nun an, dass diese Bedingung *nicht* erfüllt ist.

- Zeigen Sie, dass für $N \gg n$ und $p \ll 1$ aus der Binomialverteilung die Poissonverteilung

$$P(\lambda, n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad \text{mit } \lambda = pN$$

wird.

- Zeigen Sie, dass diese Verteilung normiert ist, und berechnen Sie Mittelwert $\bar{n}$ und Schwankung Δn .
- Plotten Sie die Poissonverteilung als Funktion von n für $\lambda = 1, 5, 20$ und diskutieren Sie die Unterschiede. Was passiert für großes λ ?

Problem 4 Unterscheidbare und ununterscheidbare Kugeln

Wir betrachten n Kugeln, die auf N unterscheidbare Töpfe verteilt werden sollen.

- a) Die Kugeln seien zunächst klassische, d.h. unterscheidbare Kugeln (die man sich z.B. durchnummeriert vorstellen kann). Jeder Topf kann beliebig viele Kugeln fassen. Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen.
- b) Wie a), aber jetzt für ununterscheidbare Kugeln.
- c) Betrachten Sie wie in b) ununterscheidbare Kugeln, aber nun kann jeder Topf nur maximal eine Kugel aufnehmen. Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Anordnungen unter der Annahme $n < N$.