

Übungen zur Theoretischen Physik Ib: Elektrodynamik Blatt 12 (für die Übungen in der Woche 10.-14.07.)

1 Strahlung eines rotierenden Ringes

Ein kreisförmiger Ring mit Radius b liegt in der xy -Ebene mit Mittelpunkt am Ursprung. Der Ring trägt eine lineare Ladungsdichte $\lambda = \lambda_0 \sin \varphi$, wobei λ_0 eine Konstante ist und φ den Azimutalwinkel bezeichnet. Nun wird der Ring mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω in Rotation um die z -Achse versetzt. Berechnen Sie die dabei entstehende Strahlungsleistung.

2 Strahlungsbelastung durch Radiowellen

Ein Radioturm hatte eine Höhe h über dem Erdboden. Auf seiner Spitze befindet sich eine magnetische Dipolantenne mit vertikaler Ausrichtung und Radius b . Der Radiosender ABC sendet von dieser Antenne mit Kreisfrequenz ω und zeitgemittelter Strahlungsleistung P . In der Nachbarschaft gab es Beschwerden wegen einiger Probleme, für die die Strahlungsbelastung durch den Radioturm verantwortlich gemacht wurde, wie z.B. Interferenz bei Stereoanlagen, Garagentore, die sich auf mysteriöse Weise öffnen und schließen, und diverse medizinische Beschwerden. Ein bei der Stadt angestellter Ingenieur hat die Strahlungsbelastung unterhalb des Radioturms gemessen und fand Ergebnisse weit unterhalb der Grenzwerte. Sie wurden von der Nachbarschaftsvereinigung angestellt, um den Bericht des Ingenieurs zu überprüfen.

- Die Intensität I der Strahlung ist durch den zeitlichen Mittelwert des Betrags des Poynting-Vektors gegeben. Leiten Sie eine Formel für $I(R)$ am Erdboden in einem Abstand R vom Fuß des Radioturms her. Sie können dabei $b \ll c/\omega \ll h$ annehmen. (Die Richtung der Strahlung interessiert uns hier nicht, weil bei einer Messung der Detektor immer direkt zur Antenne hin ausgerichtet wird.)
- Der Ingenieur sollte seine Messung dort gemacht haben, wo die Intensität der Strahlung am höchsten ist. In welchem Abstand vom Fuß des Radioturms ist dies der Fall? Was ist dort die Intensität?
- Der Sender ABC sendet mit einer Leistung von 35 kW, seine Frequenz ist 9 MHz, der Radius der Antenne ist 6 cm, und die Höhe des Radioturms ist 200 m. Der Grenzwert für die Strahlungsleistung ist $200 \mu\text{W}/\text{cm}^2$. Bleibt der Sender unterhalb des Grenzwertes?

3 Magnetische Dipolstrahlung der Erde und von Neutronensternen

Der magnetische Nordpol der Erde stimmt nicht mit dem geographischen Nordpol überein, sondern ist um etwa 11° verschoben. Das magnetische Dipolmoment der Erde ändert sich daher als Funktion der Zeit relativ zur Rotationsachse der Erde, so dass die Erde magnetische Dipolstrahlung aussendet.

- Finden Sie eine Formel für die gesamte abgestrahlte Leistung als Funktion der folgenden Parameter: ψ (Winkel zwischen dem geographischen und dem magnetischen Nordpol), M (Betrag des magnetischen Dipolmoments der Erde) und ω (Kreisfrequenz, mit der die Erde rotiert).

- b) Benutzen Sie die Tatsache, dass das magnetische Feld der Erde am Äquator ungefähr 0.5 Gauss beträgt, um das magnetische Dipolmoment M der Erde abzuschätzen.
- c) Berechnen Sie die gesamte abgestrahlte Leistung. (Antwort: 4×10^{-5} W)
- d) Pulsare sind vermutlich rotierende Neutronensterne, mit einem typischen Radius von 10 km, einer Rotationsperiode von 10^{-3} s und einem magnetischen Feld an der Oberfläche von 10^8 T. Welche Leistung strahlt ein solcher Stern ungefähr ab? (Antwort: 2×10^{36} W)

4 Strahlung eines zeitabhängigen Flächenstroms

Nehmen Sie an, dass es in der (elektrisch neutralen) yz -Ebene einen zeitabhängigen, aber gleichförmigen Flächenstrom $K(t)\hat{z}$ gibt.

- a) Finden Sie das elektrische und magnetische Feld in einer Höhe x über der Ebene, wenn
- i) ein konstanter Strom zum Zeitpunkt $t = 0$ angeschaltet wird,

$$K(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ K_0, & t > 0, \end{cases}$$

- ii) ein linear ansteigender Strom zum Zeitpunkt $t = 0$ angeschaltet wird,

$$K(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \alpha t, & t > 0. \end{cases}$$

- b) Zeigen Sie, dass das retardierte Vektorpotential in der Form

$$\vec{A}(x, t) = \frac{1}{2}\mu_0 c \hat{z} \int_0^\infty du K(t - x/c - u)$$

geschrieben werden kann und berechnen Sie daraus \vec{E} und \vec{B} .

Hinweis: Transformieren Sie $r \rightarrow u = (\sqrt{r^2 + x^2} - x)/c$, wobei r der Radius für Polarkoordinaten in der yz -Ebene ist.

- c) Zeigen Sie, dass die gesamte abgestrahlte Leistung pro Flächeneinheit durch $\frac{1}{2}\mu_0 c [K(t)]^2$ gegeben ist.