Übungen zur Theoretischen Physik Ib: Elektrodynamik
Blatt 10 (für die Übungen in der Woche 26.-30.06.)

---

1 Rotierende geladene Kugeloberfläche

Eine homogen geladene Kugeloberfläche mit Radius R und Gesamtladung Q möge mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um ihre Achse (z-Achse) rotieren.

a) Geben Sie für diesen Fall Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$ und Stromdichte $\vec{J}(\vec{x})$ an.

b) Berechnen Sie das magnetische Moment $\vec{m}$ dieser Stromverteilung.

c) Berechnen Sie den mechanischen Drehimpuls $\vec{L}$ der rotierenden Oberfläche (Gesamtmasse M). Welcher Zusammenhang besteht zwischen $\vec{m}$ und $\vec{L}$?

2 Zykloidbewegung

Beschreiben Sie die Bewegung einer Punktladung q, die sich in einem elektrischen Feld $\vec{E} = E\hat{z}$ und einem magnetischen Feld $\vec{B} = B\hat{x}$ befindet, und geben Sie eine Parameterdarstellung für die Bahn der Punktladung an. Zur Zeit $t = 0$ befinde sich die Punktladung in Ruhe am Ursprung.

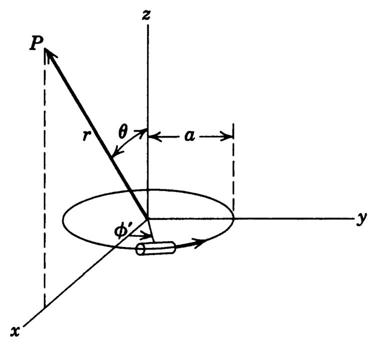
Hinweis: Eine Möglichkeit zur Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen ist, eine der Gleichungen nachzudifferenzieren und in die andere Gleichung einzusetzen.

3 Zylinder mit Bohrung

Ein zylinderförmiger Leiter mit Radius a enthält eine zylinderförmige Bohrung mit Radius b. Diese Bohrung befindet sich parallel zur Zylinderachse und ist in einem Abstand d von der Zylinderachse zentriert. Es gilt $d + b < a$. Im Rest des Zylinders fließt ein Strom I mit gleichförmiger Stromdichte parallel zur Achse. Benutzen Sie das Ampèresche Durchflutungsgesetz und das Prinzip der linearen Superposition, um die Richtung und die Größe des magnetischen Feldes innerhalb der Bohrung zu bestimmen.

4 Kreisstrom

Betrachten Sie eine kreisförmige Schleife mit Radius a in der xy-Ebene, durch die ein Strom I fließt. Gesucht sind Vektorpotential $\vec{A}$ und magnetische Induktion $\vec{B}$ an einem beliebigen Punkt P. Da das Problem azimutale Symmetrie hat, können wir den Punkt P in die xz-Ebene legen, d.h. in Kugelkoordinaten ist P durch $\vec{x} = (r, \theta, \varphi = 0)$ gegeben.



a) Begründen sie, daß die Stromdichte am Punkt (r', θ', φ') in Kugelkoordinaten

$$J_{r'} = 0\,, \qquad J_{\theta'} = 0\,, \qquad J_{\varphi'} = I\,\delta(\cos\theta')\,\frac{\delta(r'-a)}{a}$$

ist. Zeigen Sie insbesondere, daß durch die Halbebene $(y = 0, x > 0)$ der Strom I fließt.

b) Zeigen Sie, daß die Komponente A_φ des Vektorpotentials am Punkt P durch das Integral

$$A_\varphi(r,\theta) = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \, \frac{\cos\varphi'}{(r^2 + a^2 - 2ra\sin\theta\cos\varphi')^{1/2}}$$

gegeben ist und daß die anderen beiden Komponenten verschwinden. Begründen Sie, warum dieses Ergebnis nicht nur am Punkt P, sondern auch an jedem anderen Punkt gilt.

c) Berechnen Sie $A_\varphi(r,\theta)$ näherungsweise für $r \gg a$ und bestimmen Sie daraus $\vec{B}$. Vergleichen Sie den Ausdruck für $\vec{B}$ mit dem elektrischen Feld eines elektrischen Dipols mit Dipolmoment $\vec{p} = p\hat{z}$.