Universität Regensburg, Fakultät für Physik
Prof. Dr. Tilo Wettig SS 2023

Übungen zur Theoretischen Physik Ib: Elektrodynamik
Blatt 4 (für die Übungen in der Woche 15.-19.05.)

Wegen des Feiertags am 18.05. fallen Gruppe 3 und 4 am Donnerstag aus. Bitte besuchen Sie nach Möglichkeit Gruppe 1 oder 2.

---

1 Klassischer Elektronenradius

Die relativistische Energie eines Elektrons ist $W = m_e c^2$ mit der Lichtgeschwindigkeit c und der Elektronenmasse m_e. Nehmen Sie an, dass das Elektron eine Kugel mit Radius r_e ist und dass W gleich der Energie ist, die im elektrostatischen Feld des Elektrons enthalten ist.

a) Berechnen Sie den Elektronenradius r_e unter der Annahme, dass die Ladung gleichmäßig über die Oberfläche der Kugel verteilt ist.

b) Berechnen Sie den Elektronenradius r_e unter der Annahme, dass die Ladung gleichmäßig über das Volumen der Kugel verteilt ist.

c) Aus Streuexperimenten lässt sich schließen, dass $r_e < 10^{-20}\,\mathrm{m}$. Interpretieren Sie die Ergebnisse von a) und b) vor diesem Hintergrund.

2 Kondensatoren

Ein einfacher Kondensator kann durch zwei nebeneinander angebrachte, isolierte Leiter gebildet werden. Wenn entgegengesetzte, aber betragsmäßig gleiche Ladungen $+Q$ und $-Q$ auf den Leitern angebracht werden, entsteht eine Potentialdifferenz zwischen den „Platten“ des Kondensators. Das Verhältnis des Betrags der Ladung Q auf einer der Platten zum Betrag der Potentialdifferenz V wird Kapazität C genannt. Verwenden Sie das Gaußsche Gesetz, um die Kapazität zu berechnen von

a) zwei großen, leitfähigen Flächen A, die durch einen kleinen Abstand d getrennt sind („Plattenkondensator“) und

b) zwei konzentrischen, leitfähigen Kugeln mit Radien a und b („Kugelkondensator“).

3 Homogen geladene Scheibe in 3D

Betrachten Sie eine unendlich dünne, ebene und homogen geladene Kreisscheibe mit Radius R und Gesamtladung Q in der xy-Ebene (Zentrum im Ursprung).

a) Geben Sie die Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$ für dieses Problem an. Überlegen Sie vorher, welches Koordinatensystem dafür am geeignetsten ist.

b) Berechnen Sie das elektrostatische Potential der Scheibe,

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3\vec{x}\,' \, \frac{\rho(\vec{x}\,')}{|\vec{x} - \vec{x}\,'|}\,,$$

an einem beliebigen Punkt $\vec{x} = (0, 0, z)$ auf der Scheibenachse. Interpretieren Sie das Ergebnis für große $|z|$.

c) Zeigen Sie, dass $\Phi(\vec{x})$ am Scheibenrand den Wert

$$\Phi(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Q}{\pi R}$$

annimmt.

Hinweis: Hier empfiehlt es sich, die z'-Achse durch einen Punkt am Scheibenrand zu legen.

d) Nutzen Sie das Ergebnis von Teil c), um die elektrostatische Energie W der Scheibe („Aufladungsenergie“) zu berechnen.

Für alle anderen Punkte $\vec{x}$ im Raum (d.h. weder auf der Scheibenachse noch am Rand) führt $\Phi(\vec{x})$ auf ein elliptisches Integral, das sich nicht elementar auswerten lässt.

4 Elektrostatik in 2D

In dieser Aufgabe betrachten wir die Elektrostatik in einer hypothetischen zweidimensionalen Welt (xy-Ebene).

a) Wie lautet das Gaußsche Gesetz in zwei Dimensionen? (Im ladungsfreien Gebiet sollen keine elektrischen Feldlinien entspringen.)

b) Bestimmen Sie das Potential einer Punktladung vom Betrag q, die sich am Ursprung befindet.

c) Bestimmen Sie das Potential einer beliebigen Ladungsverteilung $\sigma(\vec{x})$.

d) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}_{2\mathrm{d}}(\vec{x})$ sowie das Potential $\Phi_{2\mathrm{d}}(\vec{x})$ der Kreisscheibe aus Aufgabe 3 im zweidimensionalen Fall (für alle $\vec{x}$ in der xy-Ebene).