

Übungen zur Theoretischen Physik Ib: Elektrodynamik
Blatt 1 (für die Übungen in der Woche 24.-28.04.)

1 Diracsche δ -Funktion in 1D

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_2^6 dx (4x^2 - x - 1) \delta(x - 3)$

b) $\int_0^4 dx \cos(x) \delta(x - \pi)$

c) $\int_0^3 dx x^3 \delta(x + 1)$

d) $\int_{-2}^2 dx (4x - 1) \delta(3x)$

e) $\int_0^2 dx (x^3 + 3x + 2) \delta(1 - x)$

f) $\int_{-1}^1 dx 18x^2 \delta(3x + 1)$

g) $\int_{-\infty}^a dx \delta(x + b)$

2 Diracsche δ -Funktion in 3D

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{\mathbb{R}^3} d^3x (r^2 - \vec{r} \cdot \vec{r}_0 + 2r_0^2) \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_0),$

wobei \vec{r}_0 konstant ist.

b) $\int_V d^3x (\vec{r} - \vec{a})^2 \delta^3(5\vec{r}),$

wobei V ein Würfel der Seitenlänge 3 mit Mittelpunkt am Ursprung ist und $\vec{a} = 4\hat{x} - 3\hat{y}$.

c) $\int_V d^3x [r^4 - r^2(\vec{r} \cdot \vec{c}) + 3c^4] \delta^3(\vec{r} - \vec{c}),$

wobei V eine Kugel mit Radius 6 und Mittelpunkt am Ursprung ist und $\vec{c} = 5\hat{x} + 3\hat{y} + 2\hat{z}$.

d) $\int_V d^3x \vec{r} \cdot (\vec{a} - \vec{r}) \delta^3(\vec{b} - \vec{r}),$

wobei V eine Kugel mit Radius 1.5 und Mittelpunkt bei $\vec{m} = (2, 2, 2)$ ist sowie $\vec{a} = (1, 2, 3)$ und $\vec{b} = (3, 2, 1)$.

3 Ladungsdichten und die Diracsche δ -Funktion

- a) Schreiben Sie die Ladungsdichte eines Punktteilchens der Ladung q am Ort \vec{r}_0 auf.
- b) Was ist die Ladungsdichte eines elektrischen Dipols, der aus einer Punktladung $-q$ am Ursprung und einer Punktladung $+q$ bei \vec{r}_0 besteht?
- c) Was ist die Ladungsdichte einer gleichmäßig über eine infinitesimal dünne Kreisscheibe (in der xy -Ebene mit Radius R) verteilten Ladung Q ?
Hinweis: Das Integral über den gesamten Raum ist gleich Q .

4 Gradienten

Die Höhe eines Hügels (in Metern) sei gegeben durch

$$H(x, y) = 10(xy + x^2 - 2y^2 - 11x + 8y + 33),$$

wobei y die Distanz (in Kilometern) in Richtung Norden und x die Distanz (auch in Kilometern) in Richtung Osten von Regensburg bezeichne.

- a) Wo ist der Gipfel des Hügels?
- b) Wie hoch ist der Hügel?
- c) Berechnen Sie die Steigung (in Metern pro Kilometer) an einem Punkt 1 km nördlich und 1 km östlich von Regensburg. Geben Sie die Richtung des steilsten Gradienten an diesem Punkt an.