

Seminar

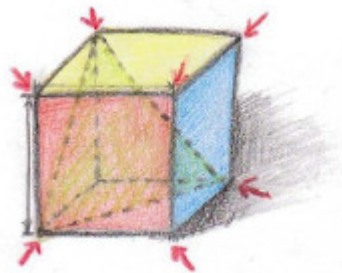
Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Wintersemester 15/16

Florian Strunk

Endliche Gruppen spielen eine wichtige Rolle in vielen Bereichen der Mathematik und treten zum Beispiel als Symmetriegruppen von konvexen Polytopen mit endlich vielen Ecken im \mathbb{R}^n auf¹. So ist zum Beispiel $S_4 \times \mathbb{Z}/2$ die Symmetriegruppe des Würfels.

Durch diese anschauliche Sichtweise können Aussagen über das abstrakte mathematische Objekt „Endliche Gruppe“ auch ohne formale Vorkenntnisse getroffen und zum Beispiel Schülerinnen und Schülern nähergebracht werden. Anstatt die Symmetriegruppe $G = S_4 \times \mathbb{Z}/2$ auf den Würfel wirken zu lassen, kann man auch die Wirkung auf dem gesamten Vektorraum \mathbb{R}^3 betrachten. Dies liefert einen Gruppenhomomorphismus $G \rightarrow GL(3, \mathbb{R})$.



Eine solche Darstellung kann man mit Methoden der Linearen Algebra untersuchen und auf Eigenschaften der Gruppe schließen. Mit diesem Gebiet der Mathematik, der *Darstellungstheorie endlicher Gruppen*, beschäftigt sich das Seminar. Ein Ergebnis dieser Theorie ist ein Beweis eines Satzes von Burnside: Jede Gruppe der Ordnung $p^n q^m$ für Primzahlen p und q ist auflösbar.

Einige Themen: Gruppenoperationen und Eigenschaften, Darstellungen als Moduln über dem Gruppenring, Eingeschränkte und Induzierte Darstellungen, Satz von Mazur-Ulam: Eine bijektive Isometrie ist affin, Lemma von Schur, Satz von Maschke, Charaktere, Orthogonalitätsrelation, eine endliche Gruppe G ist abelsch genau dann, wenn alle ihre komplexen Darstellungen eindimensional sind, Satz von Burnside.

Literaturauswahl:

- tom Dieck, T. (2009). Representation Theory. Skript.
- Fulton, W., Harris, J. (1991). Representation Theory, A first course.
- Serre, J.-P. (1977). Linear Representations of Finite Groups.

Eine genaue Vortragseinteilung und Informationen dazu bekommen Sie in der Vorbesprechung zum Seminar. Zum erfolgreichen Bestehen des Seminars (benotet oder unbenotet) muss ein Vortrag gehalten und eine schriftliche Ausarbeitung zum Vortrag angefertigt werden.

Vorbesprechung: Montag, den 13. Juli 2015, 10:00 Uhr (s.t.) im Raum M 201

Bei Fragen: florian.strunk@mathematik.uni-regensburg.de
LP: siehe Modulkatalog, Module: BSem, LGySem

¹Ist jede endliche Gruppe die Symmetriegruppe eines konvexen Polytops mit endlich vielen Ecken?