

Teilaufgabe 1:**Geothermie (20 Punkte)**

Die Erdkruste stellt ein im Prinzip unerschöpfliches Wärmereservoir dar, das durch Tiefenbohrungen angezapft werden kann. Für eine sog. „tiefe Erdwärmesonde“ soll ein Reservoir aus Gestein mit einer Temperatur $\vartheta_g = 95\text{ °C}$ angenommen werden. Die Bohrung habe eine wärmeisolierte Rückleitung. An der Erdoberfläche befinde sich ein Pufferspeicher (See) mit einer Wassertemperatur von $\vartheta_w = 14\text{ °C}$, aus dem Wasser mit $130 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ in die Bohrung gepumpt wird. Es sollen keine Wasserverluste in der

Tiefe auftreten. Zwischen dem Heißwasser-Ausgang der Bohrung und dem See sei eine Carnot-Maschine installiert:

Der mittlere Temperaturgradient der Erdkruste beträgt ca. 1 °C pro 25 m.

- ✓ a) Schätzen Sie die notwendige Tiefe der Bohrung ab. Berechnen Sie den Druck, unter dem das in die Tiefe geleitete Wasser steht. (3 Punkte)
- ✓ b) Welcher Art ist der Prozess in einer Carnot-Maschine? Stellen Sie ihn graphisch in einem p-V-Diagramm dar und benennen Sie die wesentlichen Eigenschaften der einzelnen Prozessschritte! (5 Punkte)
- ✓ c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad der Maschine für die oben angegebenen Temperaturen. Kann es eine Maschine mit höherem Wirkungsgrad geben? Geben Sie eine Begründung. [Ersatzlösung: $\eta = 20\%$] (3 Punkte)
- ✓ d) Geben Sie die maximal mögliche mechanische Leistung der Maschine an. Nennen Sie mindestens zwei Gründe, warum diese Leistung in der Praxis nicht erreicht wird. (5 Punkte)
- ✓ e) Bestimmen Sie die Wärmemenge, die dem See pro Tag zugeführt wird. Durch welche Prozesse wird Wärme aus dem See abgeführt? Was würde im Grenzfall fehlender Kühlung geschehen? (4 Punkte)

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 2:**Rakete (20 Punkte)**

Eine befüllte, einstufige Rakete mit der Startmasse m_0 ist mit einem Triebwerk ausgestattet, das Treibstoffgase mit konstanter Menge $\frac{dm}{dt}$ und Geschwindigkeit $w = 2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ relativ zur Rakete ausstößt. Die im Folgenden betrachteten Bewegungen sollen vertikal zur Erdoberfläche und reibungsfrei ablaufen. Für ein konstantes Gravitationsfeld ist die Raketengeschwindigkeit gegeben durch:

$$v(t) = w \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - \dot{m} \cdot t} \right) - g \cdot t \quad (1)$$

- ✓ a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung der Rakete auf. (4 Punkte)
- ✓ b) Berechnen Sie den prozentualen Anteil ihrer Startmasse, den die Rakete pro Sekunde zum Abheben ausstoßen muss. (3 Punkte)
- ✓ c) Zeigen Sie, dass sich die Raketengeschwindigkeit nach Gleichung (1) in den ersten Sekunden der Startphase (für konstantes Gravitationsfeld) aus der Integration der Bewegungsgleichung ergibt. (5 Punkte)
- ✓ d) Erläutern Sie qualitativ, warum und wie die tatsächliche Geschwindigkeit von der nach Gleichung (1) berechneten im weiteren Verlauf des Flugs abweicht. (3 Punkte)
- ✓ e) Betrachten Sie nun den Grenzfall eines vernachlässigbaren bzw. fehlenden Gravitationsfelds, d. h. die Rakete möge von einer Weltraumstation aus starten. Bestimmen Sie den Anteil, den die Nutzlast an der Startmasse der Rakete haben kann, wenn diese eine Endgeschwindigkeit von 0,01% der Lichtgeschwindigkeit erreichen soll. Berechnen Sie den Nutzlastanteil bei einem Triebwerk, das keine Materie, sondern nur Photonen ausstößt. (5 Punkte)

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 3:**Widerstands-Schaltungen (20 Punkte)**

Gegeben seien die beiden Schaltungen aus mehreren jeweils identischen Widerständen R , wie sie in den Abbildungen 1 und 2 dargestellt sind. Die angelegte Spannung sei U .

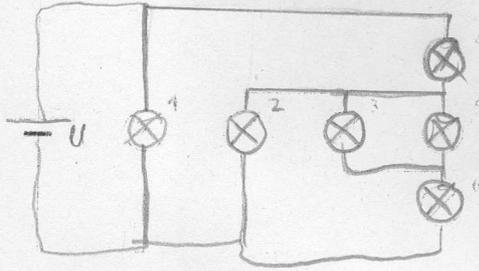


Abb. 1: Glühlampen-Schaltung

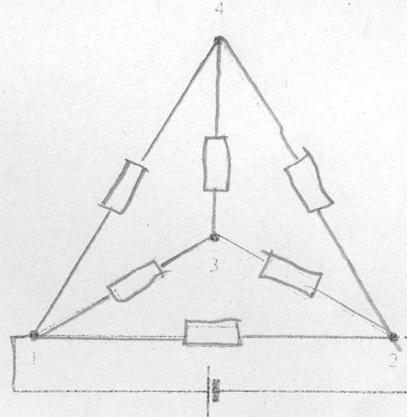


Abb. 2 : Tetraeder-Schaltung

- a) Erläutern Sie qualitativ den Widerstandsverlauf beim Einschalten einer Glühlampe. (2 Punkte)
- b) Geben Sie qualitativ (mit Begründung) eine Reihenfolge (hell \rightarrow dunkel) der Helligkeit der Glühlampen in Abb. 1 an. (4 Punkte)
- c) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand R_{Ges} und den Gesamtstrom I_{Ges} der Lampenschaltung (Abb. 1). (4 Punkte)
- d) Erläutern Sie qualitativ den Zusammenhang zwischen dem Stromfluss durch eine Glühlampe und der Farbe des von ihr emittierten Lichts. Welche Lampe in Abb. 1 hat den höchsten Blauanteil? (3 Punkte)
- e) Geben Sie den Gesamtwiderstand R_{Ges} der Tetraeder-Schaltung in Abb. 2 an, wenn eine Spannung U an die Tetraederecken 1 und 2 angelegt wird. (3 Punkte)
- f) Berechnen Sie die Spannung zwischen den Tetraederecken 2 und 3. (2 Punkte)
- g) Berechnen Sie die Stromstärken zwischen den Tetraederecken 1 und 3 sowie zwischen 3 und 4. (2 Punkte)

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 4:**Totalreflexion (20 Punkte)**

- a) Skizzieren Sie den Grenzfall der Totalreflexion für den Übergang zwischen Wasser (Brechungsindex $n_w = 1,33$) und Luft ($n = 1$) (einfallender, transmittierter und reflektierter Strahl). In welchem Medium muss sich die Lichtquelle befinden, damit Totalreflexion beobachtbar ist? Leiten Sie den Grenzwinkel der Totalreflexion aus dem Snellius'schen Brechungsgesetz her und geben Sie den Zahlenwert an. (5 Punkte)
- b) Für Antireflexionsbeschichtungen (z.B. eines Brillenglases) wird eine dünne Schicht eines Materials mit einem Brechungsindex zwischen dem Brechungsindex des Glases ($n_g = 1,5$) und dem der Luft verwendet. Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Grenzwinkel der Totalreflexion für ein Glas mit Beschichtung gleich dem für ein Glas ohne Beschichtung ist. (5 Punkte)
- c) Die Lichtleitung in einer Glasfaser funktioniert auf dem Prinzip der Totalreflexion am Übergang zwischen einem Glasfaserkern (Faser mit kreisförmigem Querschnitt und Brechungsindex $n_k = 1,47$) und dem umgebenden Mantel ($n_m = 1,46$). Berechnen Sie den maximalen Winkel (relativ zur Mittelachse der Glasfaser), unter dem Licht auf die Stirnseite der (geraden) Glasfaser in den Kern einfallen darf, damit es dann bei der Ausbreitung in der Faser noch Totalreflexion am Übergang zwischen Kern und Mantel erfährt. (5 Punkte)
- d) Ein paralleles Lichtbündel wird mit einer idealen Linse der Brennweite $f = 10$ mm in den Kern der Faser eingekoppelt (Der Fokus der Linse liegt auf der Stirnseite der Faser.). Berechnen Sie, wie groß der Durchmesser eines Lichtbündels maximal sein darf, so dass es vollständig im Inneren der Faser geführt wird. Zeichnen Sie diese Anordnung (Linse, Faser, Randstrahlen außerhalb und innerhalb der Faser; Linse und Faser sind auf der Ausbreitungsachse (x-Achse) zentriert). (5 Punkte)