

Übungen zur Theoretischen Physik II (Elektrodynamik) Blatt 5

Aufgabe 1) Lösen Sie mittels Separationsansatz das Randwertproblem für die Laplace-Gleichung,

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\Phi(x, y) = 0, \quad (1)$$

für ein Rechteck der Länge a, b mit den Randbedingungen,

a)

$$\begin{aligned} \Phi(x, 0) = \Phi(0, y) = \Phi(a, y) &= 0, \\ \Phi(x, b) &= V \sin 2\pi x/a, \end{aligned}$$

b) sowie,

$$\begin{aligned} \Phi(x, 0) = \Phi(0, y) &= 0, \\ \Phi(x, b) &= V_1 \sin \pi x/a, \\ \Phi(a, y) &= V_2 \sin \pi y/b. \end{aligned}$$

Aufgabe 2) Bestimmen Sie die Lösung der Laplace-Gleichung (1) in Polarkoordinaten,

a) innerhalb einer Scheibe mit Radius R mit der Randbedingung,

$$\Phi(\varphi, R) = V \sin 2\varphi,$$

b) außerhalb der Scheibe mit den Randbedingungen,

$$\Phi(\varphi, R) = V \cos \varphi, \quad \Phi(\varphi, \infty) = 0.$$

Aufgabe 3) Bestimmen Sie die Lösung der Laplace-Gleichung,

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2)\Phi(x, y, z) = 0, \quad (2)$$

a) im Inneren einer Kugel mit Radius R und der Randbedingung

$$\Phi(r, \theta, \phi)|_{r=R} = V \cos \theta,$$

b) außerhalb der Kugel mit der gleichen Randbedingung.

Aufgabe 4) Gegeben sei eine geladene (infinitesimal dünne) Kugeloberfläche mit Radius R mit der Flächenladungsdichte $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos \theta$. Innerhalb und außerhalb der Kugeloberfläche befinden sich keine weiteren Ladungen. Bestimmen Sie das elektrische Potential innerhalb und außerhalb der Kugeloberfläche.