

## Elementare Zahlentheorie

## 3. Übungsblatt – 6. Mai 2020

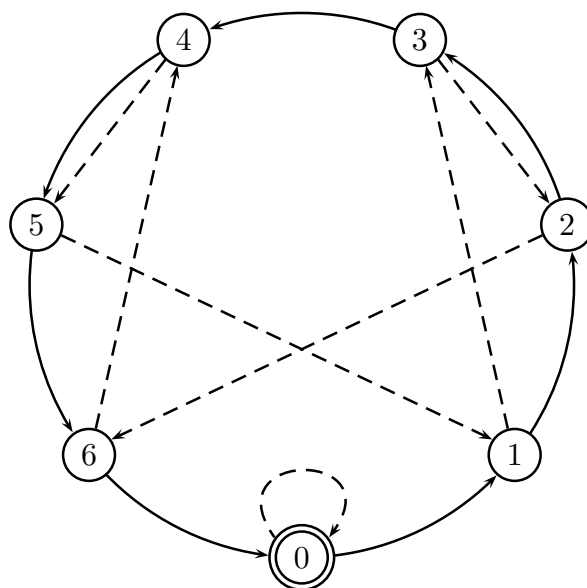
**Aufgabe 1.** Beweisen Sie, dass das Produkt von drei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen immer durch 6 teilbar ist.

**Aufgabe 2.** Sei  $n \geq 2$  eine natürliche Zahl, die keine Teiler  $a$  mit der Eigenschaft  $2 \leq a \leq \sqrt{n}$  hat. Zeigen Sie, dass  $n$  eine Primzahl ist.

**Aufgabe 3.** Sei  $n$  eine ganze Zahl.

- Zeigen Sie, dass  $n$  genau dann gerade ist, wenn  $n^2$  gerade ist.
- Welchen Rest kann  $n^2$  bei Division durch 3 haben? Und bei einer Division durch 5?

**Aufgabe 4.** Sei  $n$  eine natürliche Zahl und  $z_1, z_2, \dots, z_k \in \{0, \dots, 9\}$  die Ziffern von  $n$ , von links nach rechts gelesen. Der folgende Automat berechnet den Rest der Division von  $n$  durch 7. Man beginnt bei 0 (doppelt eingekreist). Für  $i = 1, \dots, k-1$  geht man jeweils  $z_i$  Schritte den durchgezogenen Pfeilen entlang, gefolgt von einem gestrichelten Pfeil. Man schliesst ab mit  $z_k$  Schritten entlang der durchgezogenen Pfeile. Die eingekreiste Zahl, bei der man landet, ist der gesuchte Rest. Konstruieren Sie einen ähnlichen Automaten, der den Rest bei Division durch 15 berechnet. *Hinweis:* Was ist der Rest von 10, 20, 30, ...?



Beispiel:  $n = 813354$ .

$0 \mapsto 1 \mapsto 3$   
 $\mapsto 4 \mapsto 5$   
 $\mapsto 1 \mapsto 3$   
 $\mapsto 6 \mapsto 4$   
 $\mapsto 2 \mapsto 6 \mapsto 3$

Also hat 813354 Rest 3 bei Division durch 7.