

**Übungen zu Mathematische Methoden****Blatt 9 (abzugeben am 20. Januar)****Aufgabe 1 Eigenwerte und Eigenvektoren (12 Punkte)**

Bestimme die Eigenwerte und entsprechenden Eigenräume von

$$M \equiv \begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -20 & \frac{10}{3} & \frac{8}{3} \\ -35 & \frac{7}{3} & \frac{20}{3} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3} \quad (1)$$

Geben Sie auch die algebraische und geometrische Vielfachheit der Eigenwerte an.

**Hinweis:** Berechnen Sie zuerst das charakteristische Polynom  $\chi(\lambda)$ . Sie dürfen annehmen, dass eine Nullstelle bei  $\lambda = 3$  ist und finden die anderen Nullstellen indem sie das charakteristische Polynom durch  $(\lambda - 3)$  teilen. Finden Sie dann die Eigenräume mit dem Gauß-Jordan Algorithmus.

**Aufgabe 2 Diagonalisierung einer Matrix (8 Punkte)**

Diagonalisieren Sie die Matrix  $M$  aus Aufgabe 1, d.h., finden Sie Matrizen  $V$ ,  $V^{-1}$  (explizit ausrechnen) und eine Diagonalmatrix  $\Lambda$ , so dass

$$M = V\Lambda V^{-1}. \quad (2)$$

**Hinweis:** Bestimmen Sie wie in der Vorlesung  $V$  aus den Eigenvektoren,  $\Lambda$  aus den Eigenwerten und invertieren Sie  $V$  mit dem Gauß-Jordan Algorithmus.