

**Übungen zu Mathematische Methoden**  
**Blatt 5 (abzugeben am 9. Dezember)**

---

**Aufgabe 1 Vertiefung: Delta Distribution (4 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(2x^2 - 10x + 12)(3x - 1). \quad (1)$$

Hinweis: Finden Sie die Nullstellen des Arguments der Deltafunktion und berechnen Sie die entsprechenden Ableitungen an diesen Nullstellen.

**Aufgabe 2 Vertiefung: Substitutionsregel (3 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\int_0^1 dx \frac{x}{1 + 2x^2} \quad (2)$$

mit Hilfe der Substitutionsregel

$$\int_a^b dx g'(x) f(g(x)) = \int_{g(a)}^{g(b)} dy f(y). \quad (3)$$

Hinweis: verwenden Sie  $g(x) = 1 + 2x^2$ .

**Aufgabe 3 Vertiefung: Partielle Integration (3 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\int_1^2 dx \ln(x)x^2 \quad (4)$$

mit Hilfe der Partiellen Integration

$$\int_a^b dx f'(x)g(x) = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b dx f(x)g'(x). \quad (5)$$

**Aufgabe 4 Abstand Punkt von Geraden (4 Punkte)**

Berechnen Sie den Abstand zwischen der Geraden

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

und dem Punkt

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

mit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 5 Schnittwinkel (3 Punkte)**

Berechnen Sie den Kosinus des Winkels  $\angle(\vec{x}, \vec{y})$  zwischen den Vektoren

$$\vec{x} \equiv \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} \equiv \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

**Aufgabe 6 Spat (3 Punkte)**

Berechnen Sie das Volumens des Spats, welcher durch

$$\vec{x} \equiv \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} \equiv \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{z} \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

aufgespannt wird.