

## Übungen zu Mathematische Methoden Blatt 4 (abzugeben am 2. Dezember)

---

### Aufgabe 1 Vertiefung: Komplexe Zahlen (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$\frac{e^{i\omega x}}{17 + 2i\omega - \omega^2} - \frac{e^{-i\omega x}}{17 - 2i\omega - \omega^2} = 2i \frac{\sin(\omega x)(17 - \omega^2) - 2\omega \cos(\omega x)}{289 - 30\omega^2 + \omega^4}. \quad (1)$$

### Aufgabe 2 Federpendel mit Dämpfung und externem Antrieb (10 Punkte)

Finden Sie die Lösung der inhomogenen linearen GDGL

$$y''(t) + 2y'(t) + 17y(t) = A \sin(\omega t) \quad (2)$$

mit  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  und Anfangsbedingungen

$$y(0) = \frac{A\omega}{289 - 30\omega^2 + \omega^4}, \quad (3)$$

$$y'(0) = (14 - \omega^2)y(0). \quad (4)$$

### Aufgabe 3 Vertiefung: mehrdimensionale Taylorentwicklung (5 Punkte)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x, y) = \frac{1}{1 - x^2 - y^2} \quad (5)$$

zur zweiten Ordnung um  $(x, y) = (0, 0)$ , d.h., finden Sie  $a_{xx}, a_{xy}, a_{yy}, b_x, b_y, c \in \mathbb{R}$ , so dass

$$f(x, y) = a_{xx}x^2 + a_{yy}y^2 + a_{xy}xy + b_x x + b_y y + c + \mathcal{O}(x^3) + \mathcal{O}(y^3) + \mathcal{O}(x^2)\mathcal{O}(y) + \mathcal{O}(x)\mathcal{O}(y^2). \quad (6)$$