Universität Regensburg, Institut für Theoretische Physik Sommer 2026
Prof. Dr. Christoph Lehner (Dozent), Riccardo Costantini, Lucia Gibelli, Lea Kutsch, Florian Schöppl

Übungen zu Theoretische Physik II - Quantenmechanik I
Blatt 10 (abzugeben am 1. Juli)

Aufgabe 1 Streuung am Ursprung (3 Punkte)

Betrachte das ungestörte System eines freien Teilchens in einer Dimension

$$H_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} \tag{1}$$

mit Eigenzuständen $|p\rangle$ mit

$$H_0 |p\rangle = E_p^{(0)} |p\rangle \tag{2}$$

mit $E_p^{(0)} = \frac{p^2}{2m}$.
Betrachte nun einen Störterm

$$H_1 = \varepsilon \delta(\hat{x}) \tag{3}$$

mit Gesamtoperator $H = H_0 + H_1$.
Wie verändert dieser Korrekturterm die Energie zur führenden Ordnung in ε?

Aufgabe 2 Anharmonischer Oszillator (7 Punkte)

Betrachte das ungestörte System des Harmonischen Oszillators in einer Dimension

$$H_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{x}^2 \tag{4}$$

mit Grundzustandswellenfunktion

$$\langle x|0\rangle = \alpha e^{-x^2 \frac{m\omega}{2\hbar}} \tag{5}$$

mit Normierungsfaktor $\alpha \in \mathbb{R}^+$ und

$$\alpha^2 = \sqrt{\frac{\omega m}{\pi \hbar}}\,. \tag{6}$$

Berechnen Sie die Veränderung der Grundzustandsenergie, wenn ein Term $H_1 = \varepsilon \hat{x}^3$ bzw. $H_1 = \varepsilon \hat{x}^4$ hinzugefügt wird.

Aufgabe 3 Quadratischer Stark Effekt (10 Punkte)

Wir betrachten den Hamiltonian des Wasserstoff-Atoms

$$H_0 = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \tag{7}$$

und einen Störterm

$$H_1 = eE\hat{z}\,. \tag{8}$$

Berechnen Sie zunächst die führende Verschiebung der Grundzustandsenergie $E^{(1)}_{n=1,l=0,m=0}$. Zeigen Sie dann, dass

$$H_1 \left| n=1, l=0, m=0 \right\rangle = [\Omega, H_0] \left| n=1, l=0, m=0 \right\rangle \tag{9}$$

für

$$\Omega = -\frac{m a_B e E}{\hbar^2} \left(\frac{1}{2} r^2 + a_B r \right) \cos(\theta) \tag{10}$$

mit Bohr Radius a_B. Verwenden Sie dann die in der Vorlesung hergeleitete Formel für die nächste Korrektur

$$\begin{aligned} E^{(2)}_{n=1,l=0,m=0} &= \left\langle n=1, l=0, m=0 \right| H_1 \Omega \left| n=1, l=0, m=0 \right\rangle \\ &\quad - E^{(1)}_{n=1,l=0,m=0} \left\langle n=1, l=0, m=0 \right| \Omega \left| n=1, l=0, m=0 \right\rangle \end{aligned} \tag{11}$$

um zu zeigen, dass

$$E^{(2)}_{n=1,l=0,m=0} = -\frac{9}{4} a_B^3 E^2 \, . \tag{12}$$