

**Übungen zu Theoretische Physik II - Quantenmechanik I**  
**Blatt 4 (abzugeben am 20. Mai)**

---

**Aufgabe 1 Parität (8 Punkte)**

Wir definieren den Paritätsoperator  $\hat{P}$  durch

$$\hat{P} |x\rangle = |-x\rangle \quad (1)$$

mit Eigenzustand  $|x\rangle$  des Ortsoperators  $\hat{x}$ .

a) Zeigen Sie, dass daraus

$$\hat{P} |p\rangle = |-p\rangle \quad (2)$$

für Eigenzustände  $|p\rangle$  des Impulsoperators  $\hat{p}$  folgt.

b) Zeigen Sie, dass

$$\hat{P}\hat{x}\hat{P} = -\hat{x} \quad (3)$$

und  $\hat{P}^2 = \mathbb{1}$ . Analog gilt auch  $\hat{P}\hat{p}\hat{P} = -\hat{p}$ .

c) Zeigen Sie, dass für einen Hamilton-Operator  $H(\hat{x}, \hat{p})$  mit  $H(\hat{x}, \hat{p}) = H(-\hat{x}, -\hat{p})$  gilt, dass  $[H, \hat{P}] = 0$ .

d) Zeigen Sie, dass falls  $|E\rangle$  ein Eigenzustand von  $H$  zur Energie  $E$  ist, dass auch  $\hat{P}|E\rangle$  ein Eigenzustand von  $H$  zur Energie  $E$  ist.

Aus dieser Aufgabe folgt, dass für einen solchen Hamiltonian mit Lösungen

$$\psi_E(x) \equiv \langle x|E\rangle \quad (4)$$

auch  $\psi_E(-x)$  eine Lösung zur Energie  $E$  ist. Man kann also immer zunächst symmetrische  $\psi_E^s(x) = \psi_E(x) + \psi_E(-x)$  oder antisymmetrische  $\psi_E^a(x) = \psi_E(x) - \psi_E(-x)$  Lösungen suchen.

**Aufgabe 2 Endlich hoher Potentialtopf (10 Punkte)**

Finden Sie die stationären Lösungen der Schrödingergleichung zur Energie  $E$  des im Skript in Kapitel 2.1.1 besprochenen Systems für den Fall, dass  $V_0$  endlich ist und nicht wie in Kapitel 2.1.1 gegen  $+\infty$  tendiert. Sie dürfen sich auf den Fall  $E < V_0$  beschränken. Fordern Sie zusätzlich zur Stetigkeit der Wellenfunktion auch die Stetigkeit der ersten Ortsableitung. Verwenden Sie die Erkenntnisse aus Aufgabe 1. Es ist ausreichend die Quantisierungsbedingung der Energien implizit in der Form  $f(E) = 0$  anzugeben (d.h. finden Sie  $f$ ).

**Aufgabe 3 Stationäre Zustände des freien Teilchens (2 Punkte)**

Sie haben bereits die Zeitentwicklung eines freien Teilchens mit Hamiltonian

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} \quad (5)$$

untersucht. Geben Sie nun noch die stationären Lösungen der Schrödingergleichung im Ortsraum an. Sind diese normierbar?