Universität Regensburg, Institut für Theoretische Physik Sommer 2026
Prof. Dr. Christoph Lehner (Dozent), Riccardo Costantini, Lucia Gibelli, Lea Kutsch, Florian Schöppl

Übungen zu Theoretische Physik II - Quantenmechanik I
Blatt 1 (abzugeben am 29. April)

Aufgabe 1 Wellenfunktion eines freien Teilchens (10 Punkte)

Finden Sie die Wellenfunktion eines freien Teilchens $\psi(x,t)$ wie in der Vorlesung beschrieben für die Anfangsbedingung eines Wellenpakets

$$\psi(x,t=0) = \frac{1}{(2\pi d^2)^{1/4}} e^{-\frac{1}{4}\frac{x^2}{d^2}} \tag{1}$$

mit Breite d.
Für die nächsten Aufgaben können Sie als Lösung

$$\psi(x,t) = \alpha \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{imx^2}{(2d^2im - \hbar t)}\right) \tag{2}$$

mit $\alpha \in \mathbb{C}$ annehmen.

Aufgabe 2 Erwartungswert und Varianz des Orts (5 Punkte)

Berechnen Sie nun den Erwartungswert und die Varianz des Ortes, d.h., berechnen Sie

$$\overline{x} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x,t)|^2 x \tag{3}$$

und

$$\Delta x^2 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x,t)|^2 x^2 - \overline{x}^2 \,. \tag{4}$$

Aufgabe 3 Erwartungswert und Varianz des Impulses (5 Punkte)

Berechnen Sie nun den Erwartungswert und die Varianz des Impulses, d.h., berechnen Sie

$$\overline{p} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi(x,t)^* \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right) \psi(x,t) \tag{5}$$

und

$$\Delta p^2 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi(x,t)^* \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \psi(x,t) - \overline{p}^2 \,. \tag{6}$$

Zeigen Sie, dass

$$\Delta x^2 \Delta p^2 = \frac{\hbar^2}{4}\left(1 + \frac{\hbar^2 t^2}{4m^2 d^4}\right) \,. \tag{7}$$

Wir finden also, dass je lokalisierter das Wellenpaket im Ort ist, desto weniger lokalisiert ist es im Impuls. Das werden wir in der Vorlesung genauer untersuchen.