Universität Regensburg, Institut für Theoretische Physik Sommer 2023
Prof. Dr. Christoph Lehner (Dozent), Bashap Dey, Andreas Hackl, Daniel Knüttel, Adrian Seith, Torsten Weber

Übungen zu Theoretische Physik II - Quantenmechanik I
Blatt 11 (abzugeben am 5. Juli)

Aufgabe 1 Clebsch-Gordan Koeffizienten (7 Punkte)

Berechnen Sie mit dem in der Vorlesung entwickelten Algorithmus die Clebsch-Gordan Koeffizienten für $j_1 = 1$ und $j_2 = 1/2$.

Aufgabe 2 Virialsatz (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$2 \langle\psi| T |\psi\rangle = \langle\psi| \hat{x} V'(\hat{x}) |\psi\rangle \tag{1}$$

für einen stationären Zustand $|\psi\rangle$ des Hamiltonian

$$H = T(\hat{p}) + V(\hat{x}) \tag{2}$$

mit

$$T(\hat{p}) \equiv \frac{\hat{p}^2}{2m} \,. \tag{3}$$

Aufgabe 3 Quadratischer Stark Effekt (7 Punkte)

Wir betrachten den Hamiltonian des Wasserstoff-Atoms

$$H_0 = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \tag{4}$$

und einen Störterm

$$H_1 = eE\hat{z} \,. \tag{5}$$

Berechnen Sie zunächst die führende Verschiebung der Grundzustandsenergie $E^{(1)}_{n=1,l=0,m=0}$. Zeigen Sie dann, dass

$$H_1 |n=1, l=0, m=0\rangle = [\Omega, H_0] |n=1, l=0, m=0\rangle \tag{6}$$

für

$$\Omega = -\frac{m a_B e E}{\hbar^2} \left(\frac{1}{2} r^2 + a_B r \right) \cos(\theta) \tag{7}$$

mit Bohr Radius a_B. Verwenden Sie dann die in der Vorlesung hergeleitete Formel für die nächste Korrektur

$$\begin{aligned} E^{(2)}_{n=1,l=0,m=0} &= \langle n=1, l=0, m=0| H_1 \Omega |n=1, l=0, m=0\rangle \\ &\quad - E^{(1)}_{n=1,l=0,m=0} \langle n=1, l=0, m=0| \Omega |n=1, l=0, m=0\rangle \end{aligned} \tag{8}$$

um zu zeigen, dass

$$E^{(2)}_{n=1,l=0,m=0} = -\frac{9}{4} a_B^3 E^2 \,. \tag{9}$$