Universität Regensburg, Institut für Theoretische Physik Sommer 2022
Prof. Dr. Christoph Lehner (Dozent), Andreas Hackl (Gruppe 1), Daniel Knüttel (Gruppe 2), Valentin Moos (Gruppe 3)

Übungen zu Theoretische Physik Ib - Elektrodynamik und Optik
Blatt 10 (abzugeben am 8. Juli)

Aufgabe 1 Lorenz Eichung (4 Punkte)

Es sei ein Vektorpotential $\vec{A}$ und Skalarpotential Φ gegeben mit nichtverschwindendem

$$f \equiv \operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\Phi\,. \tag{1}$$

Wie muss nun das Skalarfeld Λ einer Eichtransformation (Notation der Vorlesung) gewählt werden um die Lorenz Eichung für die transformierten Felder zu erreichen?

Aufgabe 2 Retardierte Greensche Funktion (8 Punkte)

Zeigen Sie, dass die retardierte Greensche Funktion

$$G_{x',t'}(x,t) = \frac{1}{4\pi|x-x'|}\delta\left(t' - t + \frac{1}{c}|x-x'|\right) \tag{2}$$

eine Greensche Funktion des d'Alembert Operators ist, d.h.,

$$\Box G_{x',t'}(x,t) = \delta^{(3)}(x-x')\delta(t-t')\,. \tag{3}$$

Aufgabe 3 Beschleunigte Ladung in Antenne (8 Punkte)

Betrachten Sie eine Ladungsverteiling

$$\rho(x,t) = q\delta^{(3)}(x - d\cos(\omega t)) \tag{4}$$

mit Vektor $d \in \mathbb{R}^3$. Dies modelliert eine oszillierende Ladung q in einer Antenne orientiert in Richtung $\hat{d}$ zentriert am Koordinatenursprung mit Länge $2|d|$ und Kreisfrequenz ω.
Berechnen Sie das elektrische und magnetische Feld in der Fernzone in Dipolnäherung. Berechnen Sie dann die Energiestromdichte $\vec{S}$ und die resultierende Abstrahlungsleistung pro Raumwinkel am Ort $x \in \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$\frac{dP}{d\Omega}(x) \equiv \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T dt|x|^2\hat{x}\cdot\vec{S}(x,t)\,. \tag{5}$$

In welche Richtung ist diese Abstrahlungsleistung minimal/maximal? Wie hängt die Strahlungsleistung von der Frequenz ω und Ladung q ab?