

Übungen zu Theoretische Physik Ib - Elektrodynamik und Optik
Blatt 9 (abzugeben am 1. Juli)

Aufgabe 1 Maxwellscher Spannungstensor (4 Punkte)

Zeigen Sie für ein Vektorfeld G , dass

$$(\operatorname{div}(G)G + \operatorname{rot}(G) \times G)_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(G_i G_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} |G|^2 \right). \quad (1)$$

Diese Identität haben wir in der Vorlesung bei der Herleitung des Maxwell'schen Spannungstensors verwendet.

Aufgabe 2 Phasengeschwindigkeit (6 Punkte)

Wir haben in der Vorlesung eine monochromatische, ebene Welle besprochen, welche für ein $\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ und $\vec{E}_0 \in \mathbb{C}^3$ mit $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$ durch

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \operatorname{Re} \vec{E}_0 e^{i(\vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t)}, \quad (2)$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \operatorname{Re} \hat{k} \times \vec{E}_0 e^{i(\vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t)}, \quad (3)$$

$$\omega(\vec{k}) = c|\vec{k}| \quad (4)$$

definiert ist. c ist hierbei die Lichtgeschwindigkeit. Mit welchem Geschwindigkeitsvektor breiten sich die Stellen konstanter Phase

$$\phi(\vec{x}, t) = \vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t \quad (5)$$

aus? Betrachten Sie hierzu den minimalen Weg $d\vec{x}$, den man in dt zurücklegen muss um in einer Fläche konstanter Phase zu bleiben.

Aufgabe 3 Polarisation (10 Punkte)

Für eine monochromatische, ebene Welle der letzten Aufgabe, zeigen Sie, dass im Allgemeinen

$$\vec{E}_0 = (\vec{b} + i\hat{k} \times \vec{b})e^{i\alpha} \quad (6)$$

mit $\alpha \in [0, 2\pi[$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$, $\beta \in \mathbb{R}$ und $\vec{b} \cdot \vec{k} = 0$ geschrieben werden kann und daher

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{b} \cos(\alpha + \vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t) - \hat{k} \times \vec{b} \sin(\alpha + \vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t). \quad (7)$$

und

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \hat{k} \times \vec{b} \cos(\alpha + \vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t) + \vec{b} \sin(\alpha + \vec{x} \cdot \vec{k} - \omega(\vec{k})t). \quad (8)$$