Universität Regensburg, Institut für Theoretische Physik Sommer 2022
Prof. Dr. Christoph Lehner (Dozent), Andreas Hackl (Gruppe 1), Daniel Knüttel (Gruppe 2), Valentin Moos (Gruppe 3)

Übungen zu Theoretische Physik Ib - Elektrodynamik und Optik
Blatt 7 (abzugeben am 17. Juni)

Aufgabe 1 Gegenkraft (8 Punkte)

Zeigen Sie die Grassmann Identität

$$a(x) \times (b(x') \times \nabla_x) = (a(x) \cdot \nabla_x) b(x') - (a(x) \cdot b(x')) \nabla_x \tag{1}$$

für $a : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $b : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $c : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ und darauf basierend, dass für die Kraft zwischen zwei Strömen j_1 und j_2 gilt

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \tag{2}$$

mit der Notation der Vorlesung.

Aufgabe 2 Unendlich langer Draht (6 Punkte)

Berechnen Sie für

$$j(x, y, z) = I\delta(x)\delta(y) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

mit $I \in \mathbb{R}$ das resultierende Magnetfeld durch direkte Integration der Stromdichte.

Aufgabe 3 Unendlich lange Spule (8 Punkte)

Berechnen Sie für eine unendlich lange Spule mit

$$j(x, y, z) = I\frac{N}{Rl}\delta(\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{\equiv \rho} - R) \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

und $I \in \mathbb{R}$, $R, l \in \mathbb{R}^+$, $N \in \mathbb{N}$ das resultierende Magnetfeld. Dies entspricht einer eng gewickelten Spule mit N Windungen pro Länge l und Windungsradius R.
Gehen Sie dabei wie folgt vor:

a) Zeigen Sie, dass für das Vektorpotential $\vec{A}(x, y, z)$ gilt $\vec{A}(x, y, z) = \vec{A}(x, y, 0)$ und $\vec{A}_2(x, y, 0) = 0$. Zeigen Sie dann, dass es ein $\tilde{B}(\rho)$ gibt, so dass

$$\vec{B}(x, y, z) = \tilde{B}(\rho) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} . \tag{5}$$

b) Berechnen Sie dann $\tilde{B}(\rho)$ mit dem Ampèreschen Durchflutungsgesetz.