Universität Regensburg, Institut für Theoretische Physik Sommer 2021
Prof. Dr. Christoph Lehner (Dozent), Fabian Haneder (Gruppe 1), Adrian Seith (Gruppe 2), Sebastian Spiegel (Gruppe 3), Raphael Lehner (Gruppe 4)

Übungen zu Theoretische Physik Ib - Elektrodynamik und Optik
Blatt 10 (abzugeben am 25. Juni)

Aufgabe 1 Lorenz Eichung (4 Punkte)

Es sei ein Vektorpotential $\vec{A}$ und Skalarpotential Φ gegeben mit nichtverschwindendem

$$f \equiv \operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\Phi\,. \tag{1}$$

Wie muss nun das Skalarfeld Λ einer Eichtransformation (Notation der Vorlesung) gewählt werden um die Lorenz Eichung für die transformierten Felder zu erreichen?

Aufgabe 2 Retardierte Greensche Funktion (8 Punkte)

Zeigen Sie, dass die retardierte Greensche Funktion

$$G_{x',t'}(x,t) = \frac{1}{4\pi|x-x'|}\delta\left(t' - t + \frac{1}{c}|x-x'|\right) \tag{2}$$

eine Greensche Funktion des d'Alembert Operators ist, d.h.,

$$\Box G_{x',t'}(x,t) = \delta^{(3)}(x-x')\delta(t-t')\,. \tag{3}$$

Aufgabe 3 Beschleunigte Ladung in Antenne (8 Punkte)

Betrachten Sie eine Ladungsverteiling

$$\rho(x,t) = q\delta^{(3)}(x - d\cos(\omega t)) \tag{4}$$

mit Vektor $d \in \mathbb{R}^3$. Dies modelliert eine oszillierende Ladung q in einer Antenne orientiert in Richtung $\hat{d}$ zentriert am Koordinatenursprung mit Länge $2|d|$ und Kreisfrequenz ω.
Berechnen Sie das elektrische und magnetische Feld in der Fernzone in Dipolnäherung. Berechnen Sie dann die Energiestromdichte $\vec{S}$ und die resultierende Abstrahlungsleistung pro Raumwinkel am Ort $x \in \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$\frac{dP}{d\Omega}(x) \equiv \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T dt|x|^2\hat{x}\cdot\vec{S}(x,t)\,. \tag{5}$$

In welche Richtung ist diese Abstrahlungsleistung minimal/maximal? Wie hängt die Strahlungsleistung von der Frequenz ω und Ladung q ab?