Aufgabe 1 (Herbst 1984)**.** Man zeige, dass keine Gruppe der Ordnung 200 einfach ist. (2 Punkte)

Aufgabe 2 (Frühjahr 2014)**.** Sei $r \in \mathbb{Z}$ Summe zweier Quadrate. Dann ist auch $2r \in 2\,\mathbb{Z}$ Summe zweier Quadrate. (2 Punkte)

Aufgabe 3 (Herbst 2016)**.** Sei N ein auflösbarer Normalteiler einer endlichen Gruppe G und H eine weitere auflösbare Untergruppe von G. Zeigen Sie, dass

$$NH = \{nh \mid n \in N, h \in H\}$$

eine weitere auflösbare Untergruppe von G ist. (3 Punkte)

Aufgabe 4 (Frühjahr 2000)**.** Zeigen Sie, dass eine endliche Gruppe mit einem Normalteiler, dessen Ordnung gleich dem kleinsten Primteiler der Gruppenordnung ist, ein nichttriviales Zentrum hat.
Hinweis: Man betrachte die Operation der Gruppe auf dem Normalteiler durch Konjugation. (3 Punkte)

Zusatzaufgabe (Frühjahr 2012)**.** Geben Sie für Ihre Antwort auf die folgenden Fragen jeweils eine *kurze* Begründung an.

(a) Sind die Gruppen $\mathbb{Z}/6\,\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/10\,\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Z}/2\,\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/30\,\mathbb{Z}$ isomorph?

(b) Ist die alternierende Gruppe A_4 einfach?

(c) Sind sämtliche Elemente der Ordnung 2 in S_5 zueinander konjugiert?

(3 Punkte)