

## Blatt 06 für die Übungen am 5./6. Dezember 2022

**Themen:** Bewegungen, Fixpunkte

**Aufgabe 4.18.** Seien  $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  Punkte in  $\mathbb{R}^2$ .

- (i) Gib eine Verschiebung, eine Drehung und eine Spiegelung an, die  $P$  in  $Q$  überführen.
- (ii) Welche von diesen drei Bewegungen sind eindeutig?
- (iii) Wie könnte man die drei Bewegungen für beliebige Punkte  $P \neq Q$  in  $\mathbb{R}^2$  beschreiben?

**Aufgabe 4.19.** Wir betrachten Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen in  $\mathbb{R}^2$ . Die Verknüpfung von zwei Verschiebungen ist natürlich wiederum eine Verschiebung.

- (i) Ist die Verknüpfung von zwei Drehungen wieder eine Drehung? Die Drehungen können dabei um zwei verschiedenen Punkte erfolgen.  
*(Kein Beweis erforderlich, wir schauen uns das später nochmal genauer an.)*
- (ii) Was kann man über die Verknüpfung von zwei Spiegelungen entlang von zwei Geraden  $g$  und  $h$  sagen? Ist dies wiederum eine Spiegelung? Oder eine andere Art von Bewegung?  
**Hinweis:** Betrachte drei Fälle:  $g$  und  $h$  schneiden sich,  $g$  und  $h$  sind parallel und verschieden,  $g$  und  $h$  sind identisch.

**Aufgabe 4.20.** Es sei  $g \subset \mathbb{R}^2$  eine Gerade,  $\sigma_g$  die dadurch induzierte Spiegelung und  $\rho$  eine Drehung um einen Punkt  $P \in \mathbb{R}^2$ . Genau wann ist die Verknüpfung  $\sigma_g \circ \rho$  wieder eine Spiegelung?  
*(Kein Beweis erforderlich.)*

**Aufgabe 4.21.** Sei  $\tau \neq \text{id}$  eine Verschiebung in  $\mathbb{R}^2$  und  $\rho \neq \text{id}$  eine Drehung. Zeige, daß dann gilt  $\tau \circ \rho \neq \rho \circ \tau$ .  
**Hinweis:** Man kann benutzen, daß Verschiebungen keine Fixpunkte und Drehungen genau einen Fixpunkt haben.

Bitte die Aufgaben diesmal selbstständig (aber gerne in Gruppen) bearbeiten. Fragen beantworte ich gern per Email oder in einer Sprechstunde.