

## Blatt 05 für die Übungen am 28./29. November 2022

**Themen:** Bewegungen, Spiegelungen

**Aufgabe 4.13.** Sei  $g \subset \mathbb{R}^2$  eine Gerade. Wir bezeichnen mit  $\sigma_g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  die Spiegelung an  $g$ .

- (i) Vervollständige den folgenden Satz:  
Für einen Punkt  $P \in \mathbb{R}^2$  gilt  $\sigma_g(P) = P$  genau dann, wenn ...
- (ii) Sei  $h \subset \mathbb{R}^2$  eine weitere Gerade, die parallel zu  $g$  verläuft. Zeige, daß  $\sigma_g(h)$  ebenfalls parallel zu  $g$  verläuft.

**Aufgabe 4.14.** Sei  $g$  eine Gerade in  $\mathbb{R}^2$ .

- (i) Sei  $g$  gegeben durch  $g = \{P + \lambda \cdot v \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$  mit Richtungsvektor  $v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ . Was ist der Vektor einer Geraden, die senkrecht auf  $g$  steht?
- (ii) Wir betrachten die Gerade

$$g := \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

Was ist die Spiegelung von  $P = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  entlang von  $g$ ?

**Hinweis:** Aus der linearen Algebra (oder der Schule) wissen wir, daß zwei Vektoren im  $\mathbb{R}^n$  senkrecht aufeinander stehen, wenn ihr Skalarprodukt 0 ergibt.

**Aufgabe 4.15.** Sei  $P \in \mathbb{R}^2$  ein Punkt.

- (i) Gib eine (geometrische) Definition der Punktspiegelung  $\sigma_P$  an  $P$  an.
- (ii) Kann man eine Punktspiegelung mit Hilfe von Spiegelungen, Drehungen, Translationen beschreiben?
- (iii) Zeige: Für jede Gerade  $g \subset \mathbb{R}^2$  ist  $\sigma_P(g)$  parallel zu  $g$ .

Wir werden die Aufgaben gemeinsam in der Übung lösen. Es ist jedoch hilfreich, wenn Sie sich vorher etwas dazu überlegen.