Fakultät für Physik
Prof. Christian Back, Prof. Milena Grifoni

WS 12/13

Übungen zu Integrierter Kurs II - Festkörper und Statistische Physik

Blatt 3

Übungsleiter:

Dr. Andrea Donarini (3.1.24, phone 2040) (theory, Tue 12h-14h c.t., Phy 7.3.14)
Sebastian Putz (4.1.36, phone 2032) (experiment, Thu 10h-12h c.t., Phy 7.3.14)

Part I: Theory

3.1 Phasenraum des harmonischen Oszillators

Der eindimensionale Oszillator hat die Hamiltonfunktion

$$H(q,p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\,q^2.$$

Welche Form hat die Kurve $H(q,p) = E$ im Phasenraum? Berechnen Sie das Phasenraumvolumen $V_{PR}(E) = \int dq \int dp$, das von dieser Kurve eingeschlossen wird. Aus den bekannten Energieeigenwerten $E_n = \hbar\omega(n+1/2)$ folgt die Anzahl N_E der Zustände mit $E_n \leq E$. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dieser Anzahl N_E und dem Phasenraumvolumen $V_{PR}(E)$ an. (2 points)

3.2 Energieskalen

Bestimmen Sie die charakteristische Energieskalen (Differenz ΔE zwischen Grundzustand und dem ersten angeregten Zustand) sowie die zugehörige Temperatur $T = \Delta E/k_B$ für die folgenden Systeme:

1. Elektronen in einem Würfel der Kantenlänge 1 cm und in einem Würfel der Kantenlänge 1 Å. (1 point)

2. Elektronen-Spins in einem magnetischen Feld der Stärke 1 Tesla. (1 point)

3.3 Zustandsumme für Gasgemisch

In einem Kasten mit dem Volumen V befinden sich N_1 Gasatome der Sorte 1 und N_2 atome der Sorte 2. Behandeln Sie das System als Mischung idealer einatomiger Gase und geben Sie die Zustandsumme Ω an. (2 points)

3.4 Additivity of entropy for two spin systems *(in class)*

The quantity entropy can be introduced as the logarithm of the multiplicity function ($S = k_B \ln \Omega$), and therefore we base our considerations on the multiplicity function itself.
Given two systems of $N_1 = N_2 = 10^{22}$ spin-1/2 particles with multiplicity functions $\Omega_1(N_1, s_1)$ and $\Omega_2(N_2, s - s_1)$ defined as in the lectures in the random walk case. The product $\Omega_1\Omega_2$ as a function of $s_1 = (N_{1\uparrow} - N_{1\downarrow}) \cdot 1/2$ is relatively sharply peaked at some value $s_1 = s_{1\,mp}$ that corresponds to the most probable configuration. Use the Gaussian approximation for the multiplicity function.
a) Compute $\Omega_1\Omega_2/(\Omega_1\Omega_2)_{max}$ for $s_1 = s_{1\,mp} + 10^{11}$ and $s = s_1 + s_2 = 0$.

b) Let $s = 10^{20}$. Calculate the multiplicity function for the combined system. Now assume that $s_1 = s_2$ and calculate the multiplicity in this case. What is the relative error in the entropy if we approximate the full multiplicity by its value for the $s_1 = s_2$ configuration?

Part II: Experiment

3.5 Zustandsänderungen

64 g Sauerstoff (ideales, zweiatomiges Gas mit $c_\mathrm{V} = \frac{5}{2}R$) dehnen sich isobar reversibel von 20 Liter auf 30 Liter aus. Die Anfangstemperatur sei 100C. Berechnen Sie Q, W, ΔH, ΔE und ΔS.

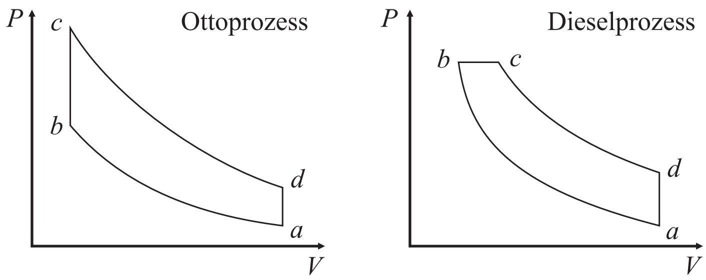
(2 Punkte)

3.6 Carnotprozesse

1. Eine elektrische Wärmepumpe soll täglich 1.8×10^8 J bei 60C an die Warmwasserheizung eines Hauses abgeben und dazu dem tiefen Erdreich bei einer Temperatur von 10C Energie in Form von Wärme entnehmen. Mit welchem Mindestbedarf an elektrischer Energie ist für einen Tag zu rechnen? (1 Punkt)

2. Ein Kühlschrank arbeitet mit einer Kühlraumtemperatur von 8C und einer Temperatur des Wärmetauschers von 30C. Durch ungünstige Aufstellung unter einer Tischplatte und verringerte Luftzirkulation erhöht sich die Temperatur des Wärmetauschers auf 35C. Um wieviel ändert sich der Energieverbrauch des Kühlschranks? (1 Punkt)

3.7 Verbrennungsmotoren



Die Vorgänge in einem Benzinmotor können angenähert durch das linke Zustandsdiagramm des Ottoprozesses diskutiert werden. Benzin/Luft-Gemisch tritt bei a in den Zylinder ein und wird adiabatisch zum Zustand b komprimiert. Nach der Zündung heizt sich das Gas durch die explosionsartige Verbrennung auf und bei konstantem Volumen V_b erhöht sich sein Druck beim übergang vom Zustand b zu c. Dabei wird die Wärme Q_bc zugeführt. Beim Arbeitstakt von c nach d wird adiabatisch expandiert. Während der Abkühlung bei konstantem Volumen von d nach a wird die Wärme $|Q_\mathrm{da}|$ abgegeben. Dies entspricht dem Auspufftakt und dem Ansaugen des neuen Gemisches. Das rechte Zustandsdiagramm zeigt den vereinfachten Kreisprozess des Dieselmotors. Luft wird zunächst wieder von a nach b adiabatisch komprimiert. Nach Durchlaufen des oberen Totpunktes verbrennt eingespritzter Diesel relativ langsam und und führt zu einer ungefähr isobaren Expansion des Arbeitsmediums. Nach Verbrennen des Diesels expandiert das Arbeitsmedium von c nach d wieder adiabatisch. Der Schritt von d nach a erfolgt wie beim Ottomotor wieder isochor.

1. Berechnen Sie für den Ottomotor die aufgenommene und abgegebene Wärmemengen Q_bc und Q_da und zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad der Gleichung

$$\eta = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b}$$

folgt, wobei T_i die Temperaturen der Zustände $i = a, b, c, d$ sind. (1 Punkt)

2. Bei der adiabatischen Expansion oder Kompression eines idealen Gases ist $TV^{\gamma-1} = \text{const.}$ (γ ist der Isentropenkoeffizient). Zeigen Sie, dass damit für den Ottomotor

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1}$$

folgt. (1 Punkt)

3. Der Quotient V_a/V_b ist das Verdichtungsverhältnis des Motors. Berechnen Sie für $\gamma = 1.4$ den Wirkungsgrad des idealisierten Ottomotors für ein typisches Verdichtungsverhältnis von 8. (1 Punkt)

4. Berechnen Sie ähnlich zum Aufgabenteil (2.) den Wirkungsgrad des Dieselmotors für ein ideales Gas als Arbeitsmedium als alleinige Funktion der Verdichtungsverhältnisse V_b/V_a, V_c/V_a und des Isentropenkoeffizienten γ. (2 Punkte)

5. Erklären Sie, warum der tatsächliche Wirkungsgrad eines Ottomotors viel geringer als der im letzten Aufgabenteil berechnete ist. (1 Punkt)