Universität Regensburg | Wintersemester 07-08

Quantentheorie II

Prof. Klaus Richter — Raum H34
Dr. Andrea Donarini — Mittwoch, 13 Uhr c.t. Raum 5.0.20

Dr. Miriam del Valle — Mittwoch, 13 Uhr c.t. Raum 9.1.11
Dr. Juan-Diego Urbina — Mittwoch, 15 Uhr c.t. Raum 5.0.20
Dr. Norbert Nemec — Donnerstag, 13 Uhr c.t. Raum 5.1.03

Blatt 1

---

1. Störungstheorie in einem Drei-Niveau-System

Gegeben sei ein Quantensystem bestehend aus den normierten und orthogonalen Zuständen $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$ und dem Hamiltonoperator

$$\begin{aligned} H &= (E_0+\Delta)\,|1\rangle\langle 1| + E_0\,|2\rangle\langle 2| + (E_0-\Delta)\,|3\rangle\langle 3| \\ &\quad + V(\,|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|\,)\,. \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie für den Grenzfall $0 < V \ll \Delta$ die Eigenenergien von H anhand der Störungstheorie. Berücksichtigen Sie dabei Terme bis zur Ordnung V^2/Δ.

b) Bestimmen Sie die exakten Eigenenergien von H durch Diagonalisierung der Hamiltonmatrix und vergleichen Sie sie durch Taylor-Entwicklung in V/Δ mit den in Teilaufgabe a) erhaltenen Eigenwerten. Skizzieren Sie das Spektrum als Funktion von V für festes E_0 und Δ.

2. Ritzsches Variationsprinzip

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Variationsprinzips eine obere Schranke für die Grundzustandsenergie eines Teilchens mit Masse m im dreidimensionalen Coulombpotential

$$V(\vec{r}) = -\frac{Z}{r}$$

mit $r = |\vec{r}|$ und $Z > 0$. Machen Sie dabei den Variationsansatz

$$\psi_\alpha(\vec{r}) = A\mathrm{e}^{-\alpha r}\,.$$

b) Verwenden Sie das Variationsprinzip, um zu zeigen, dass ein eindimensionales bindendes Potential immer einen gebundenen Zustand ergibt. (*Hinweis*: Zeigen Sie, dass $\langle\Psi|\,H\,|\Psi\rangle$ immer negativ gemacht werden kann, indem Sie eine geeignete Probefunktion, z.B. $N\mathrm{e}^{-\beta^2x^2}$, verwenden.)

Frohes Schaffen!