Manuskriptversion / Preprint von
Pfeifer, N. (2022). Die Zähmung des Zufalls: Ein Streifzug durch die Geschichte der Philosophie. In Papathanasiou, K. (Hrsg.). Zufall. Rechtliche, philosophische und theologische Aspekte (S. 60--76). Berlin: Duncker & Humbolt. https://doi.org/10.3790/978-3-428-58621-9

Die Zähmung des Zufalls: Ein Streifzug durch die Geschichte der Philosophie

Niki Pfeifer
niki.pfeifer@ur.de
Institut für Philosophie
Universität Regensburg

„‚Kopf oder Wappen', sagte Rasmus und hielt Pontus einen Fünfer unter die Nase. ‚Wird's Kopf, dann gehen wir zum Läusemarkt, und wird's Wappen, gehen wir auch zum Läusemarkt. Wenn der Fünfer aber hochkant stehen bleibt, dann gehen wir nach Hause und machen Schularbeiten.'"

(*Lindgren*, 1987, S. 12)

A. Einleitung

Das obige Zitat beschreibt eine Entscheidungssituation: Das Ergebnis eines Münzwurfs bestimmt die weitere Tagesplanung der beiden Buben. Die Entscheidung wird somit dem Zufall überlassen. Allerdings wird der Entscheidungsmechanismus von Rasmus so festgelegt, dass die Wahrscheinlichkeit des Eintretens der erhofften Entscheidung („Wenn Kopf oder Wappen, dann Spaß beim Läusemarkt") maximal ist und die des Eintretens der unerwünschten Entscheidung („Wenn die Münze hochkant stehen bleibt, dann kein Spaß, sondern Schularbeiten machen") praktisch null ist. Ob letztere Wahrscheinlichkeit auch genau null sein kann und dann das Eintreten des Ereignisses dennoch logisch möglich sein kann, werden wir unten diskutieren.

In diesem Kapitel gehe ich der Frage nach, was Zufall aus philosophischer Sicht ist. Bevor wir uns einer philosophischen Begriffsanalyse zuwenden, nähern wir uns dem Begriff aus alltagssprachlichen, juristischen und historischen Perspektiven. Laut Duden[1], dem Standardwerk der deutschen Sprache, wird unter dem Wort *Zufall* zum einen

> „etwas [mit „etwas" ist hier vermutlich ein Ereignis gemeint], was man nicht vorausgesehen hat, was nicht beabsichtigt war, was unerwartet geschah" verstanden.

Zum anderen wird unter *Zufall* ein „plötzlich auftretender Anfall" verstanden. Letztere Bedeutung ist jedoch veraltet und wird im vorliegenden Kapitel nicht weiter behandelt.

Das Wort *Zufall* ist im Dudenkorpus „durchschnittlich mehr als 10 Mal in einer Million Wortformen"[2] belegt. Dies entspricht der dritten aus fünf Häufigkeitsklassen und bedeutet, dass es sich um ein durchschnittlich oft gebrauchtes Wort in einer Vielzahl unterschiedlicher Textsorten (die den Dudenkorpus konstituieren) handelt.

Zufall wird auch im Kontext von Glücksspielen verwendet. So spricht man beispielsweise davon, dass „Würfel oder Münzen zufällig geworfen werden", „Ergebnisse zufällig" sind oder dass die Frage, wer im Spiel gewinnt, nicht nur vom Können, sondern auch „vom Zufall abhängt". Mögliche finanzielle Aspekte des Glücksspiels verleihen dem Zufall auch eine juristische Dimension. So steht beispielsweise im Österreichischen Glücksspielgesetz:

> „Ein Glücksspiel im Sinne dieses Bundesgesetzes ist ein Spiel, bei dem die Entscheidung über das *Spielergebnis ausschließlich oder vorwiegend vom Zufall abhängt*." (§ 1 Abs. 1 öGSpG; Hervorhebung hinzugefügt)

Ähnlich lautet es im Deutschen Glücksspielstaatsvertrag:

> „Ein Glücksspiel liegt vor, wenn im Rahmen eines Spiels für den Erwerb einer Gewinnchance ein Entgelt verlangt wird und die *Entscheidung über den Gewinn ganz oder überwiegend vom Zufall abhängt*." (§ 3 Abs. 1 S. 1 GlüStV; Hervorhebung hinzugefügt)

Ferner wird hier durch eine hinreichende Bedingung näher bestimmt, was die Abhängigkeit vom Zufall bedeuten kann:

> [2]Die *Entscheidung über den Gewinn hängt in jedem Fall vom Zufall ab*, wenn dafür der *ungewisse Eintritt oder Ausgang zukünftiger Ereignisse maßgeblich* ist." (§ 3 Abs. 1 S. 2 GlüStV; Hervorhebung hinzugefügt)

1 https://www.duden.de/rechtschreibung/Zufall, zuletzt abgerufen am 10. September 2021.
2 Vgl. Fußnote 1 und zur Worthäufigkeit siehe https://www.duden.de/hilfe/haeufigkeit, zuletzt abgerufen am 3.1.2022.

Hier ist der ungewisse Eintritt eines zukünftigen Ereignisses wesentlich. Partielles oder unvollständiges Wissen über ungewisse oder zukünftige Ereignisse kann mathematisch durch Wahrscheinlichkeiten präzisiert werden. Daher werden wir uns auch dem Wahrscheinlichkeitsbegriff, dessen historischer Entwicklung und seinen philosophischen Interpretationen widmen. Der erwähnte Deutsche Glücksspielstaatsvertrag fordert zudem, dass spielrelevante Informationen den Glücksspielenden zugänglich gemacht werden. Als zentraler Bestandteil der spielrelevanten Informationen gilt dabei der Zufallsmechanismus des jeweiligen Glücksspiels:

> „Als *spielrelevante Informationen* kommen insbesondere in Betracht: [...] das Verfahren, nach dem der Gewinner ermittelt wird, insbesondere die Information über den *Zufallsmechanismus*, der der Generierung der zufallsabhängigen Spielergebnisse zu Grunde liegt“ (§ 7 Abs. 1 S. 2 Nr. 7 GlüStV; Hervorhebung hinzugefügt)

Dies wirft die philosophische Frage auf, was ein Zufallsmechanismus, also ein dem Zufall zugrundeliegender Mechanismus, ist. Ontologische Antworten können sein, dass es ein objektiv-existierender Mechanismus oder bloß ein Denkkonstrukt ist. Epistemische (d.h. erkenntnistheoretische) Antworten zielen darauf ab, was man über den Zufallsmechanismus wissen kann, etwa ob alle möglichen Ereignisse gleich wahrscheinlich sind oder nicht.

Die meisten vor-neuzeitlichen Quellen verwendeten metaphysische Begriffe für Glück und Zufall, wie etwa „Göttin Fortuna“ oder „Rad des Schicksals“: :

> „Nearly all writing about chance before modern times was in terms of fortune, fate, the goddess Fortuna, and the Wheel of Fortune“ (*Franklin*, 2015, S. 336)

Somit hatte der Zufall im Glücksspiel im Übergang zur Neuzeit eine wichtige säkularisierende Rolle. In seiner neuzeitlichen Abhandlung über Glücksspiele relativierte beispielsweise Giovanni Rizzetti den Einfluss von Fortuna und argumentierte, dass der Spielausgang *berechnet* werden kann:

> „We have demonstrated in … this Treatise, that *Fortune* has not that Power in Play which is commonly ascribed to her; … All Games of Chance are governed so much by an Art of Conjecturing, that it may be certaintly determined by Calculation how much the Players shall win or lose after being a long Time at Play.“ (*Rizzetti* (1725); zitiert nach *Seymour*, 1729, S. iv-v)

Der spanische Renaissanceschriftsteller Antonio de Torquemada verneinte den Einfluss von Fortuna gänzlich und verwendete direkt den Begriff des Zufalls im Spielkontext:

> „...gewißlich ist keine Fortun auf dem Spiel / wann nicht der Zufall des gewinnens oder verlierens darzu kömpt." (*de Torquemadas* Hexameron, 1652; zitiert nach *Zollinger*, 1997, S. 41)

Zufall als veränderliche Größe wurde in einem Buch über höfische Verhaltenskodizes von Rudolph de Caillière wie folgt beschrieben:

> „Chance being the Soul of Gaming, it would not be Chance, if it did not oftentimes change" (*De Callière* (1675); zitiert nach *Zollinger*, 1997, S. 42).

Im 18. Jahrhundert verfestigte sich die Idee vom „Glück des Tüchtigen": Das Leistungsprinzip galt als Ersatz für Zufall. Glück im Spiel wurde nun losgelöst von religiöser Vorsehung gesehen (*Zollinger*, 1997, S. 41). Wahrscheinlichkeit wurde als Bindeglied zwischen dem „irrationalen" Glücksspiel und der Vernunft aufgefasst. So schrieb beispielsweise Adolph Freiherr von Knigge im bekanntesten deutschsprachigen Buch über Benimmregeln *Über den Umgang mit Menschen* (1790):

> „...hohes Geld dem Ungefähr preiszugeben, ist Narrheit [...] wollen wir aber gar keine Wahrscheinlichkeit annehmen, so bleibt der Erfolg ein Werk des Zufalls, und wer wird denn vom Zufalle abhängen wollen?" (*Freiherr von Knigge* (1790); zitiert nach *Zollinger*, 1997, S. 42)

Auch wenn wir den Begriff „Zufall" im Alltag ohne Verständnisschwierigkeiten verwenden, werden wir sehen, dass der Begriff aus philosophischer Sicht alles andere als klar und eindeutig ist. In unserem Streifzug durch die Geschichte der Philosophie des Zufalls werden wir unterschiedliche erkenntnistheoretische und metaphysische Positionen kennenlernen. Zunächst beschäftigen wir uns mit der Frage, was Zufall mit Erkenntnis zu tun hat.

In der Erkenntnistheorie kann man grob zwei Strömungen unterscheiden: die traditionelle und die probabilistische. Die Hauptfragen der traditionellen Erkenntnistheorie sind

- Was ist Wissen?
- Wie kann Wissen gerechtfertigt werden?

Hier liegt Wissen eine binäre (daher nicht graduelle) Vorstellung zugrunde: entweder weiß ich, dass *A*, oder ich weiß nicht, dass *A*, wobei „*A*" für eine Proposition steht. Wissen wird in der traditionellen Erkenntnistheorie als wahrer und gerechtfertigter Glaube definiert. Das heißt: Ich weiß *A* genau dann, wenn ich *A* glaube (i), *A* wahr ist (ii) und wenn ich eine Rechtfertigung für *A* habe (iii). Diese Definition wurde bereits im Dialog *Theaitetos* von Platon diskutiert und galt lange als philosophische Standarddefinition von Wissen.

Edmund Gettier (1963) argumentierte überzeugend,[3] dass es grundsätzlich sein kann, dass alle drei Bedingungen (i)–(iii) erfüllt sind, man aber dennoch nicht von Wissen sprechen kann. Betrachten wir als Beispiel ein Gedankenexperiment, bei dem ein Glaube vorliegt, der wahr und gerechtfertigt ist, der jedoch nicht zwingend mit Wissen zusammenfällt. Stellen wir uns vor, dass wir gefragt werden, ob wir wissen, wie spät es ist. Wir glauben, dass es 11:46 Uhr ist (Bedingung (i) ist erfüllt), es ist tatsächlich 11:46 Uhr (Bedingung (ii) ist erfüllt) und wir haben einen guten Grund, dies zu glauben, da eine als zuverlässig wahrgenommene Uhr genau diese Zeit anzeigt (Bedingung (iii) ist erfüllt). Nun könnte man meinen, dass wir wissen, dass es 11:46 Uhr ist. Stellen wir uns jedoch weiter vor, dass die Uhr am Vortag um Punkt 11:46 Uhr wider Erwarten stehen geblieben ist, also nun zufällig die richtige Uhrzeit anzeigt. Nun würden wir nicht mehr sagen, dass wir wissen, dass es 11:46 Uhr ist, sondern dass wir *zufällig* richtigerweise daran glauben, dass es 11:46 Uhr ist. Eine Lehre aus diesem Beispiel ist also, dass beim Wissen der Zufall keine essentielle Rolle in der Begründung spielen sollte.[4]

Aufgrund der binären Vorstellung von Wissen können viele Ansätze der traditionellen Erkenntnistheorie als qualitativ aufgefasst werden: Anstatt erkenntnistheoretische Begriffe messbar zu machen – was einer quantitativen Auffassung entsprechen würde –, werden diese hinsichtlich ihrer Eigenschaften oder Qualität untersucht. Wenn die Folgerichtigkeit von Argumenten aus formaler Sicht analysiert wird, spielt traditionell die zweiwertige, wahrheitsfunktionale Logik eine wichtige Rolle. Die Folgerichtigkeit von Argumenten wird dabei durch die logische Gültigkeit definiert. Ein Argument ist logisch gültig genau dann, wenn es unmöglich ist, dass alle Prämissen wahr sind und die Konklusion falsch ist. Aus dieser Definition folgt: Wenn alle Prämissen wahr sind und das entsprechende Argument logisch gültig ist, dann muss die Konklusion zwingend wahr sein. Argumente, die logisch gültig sind und deren Prämissen alle wahr sind, nennt man *logisch perfekt* (oder „stichhaltig"; im Englischen: *sound*). Ein Beispiel für eine logisch gültige Argumentform ist der *Modus Ponens* (für probabilistische Versionen des Modus Ponens und Zusamenhänge mit dem Begriff der logischen Gültigkeit siehe beispielsweise *Pfeifer/Kleiter*, 2006, 2009 und *Sanfilippo/Pfeifer/Gilio*, 2017):

3 Die Überzeugung, dass aufgrund der Gettier-Fälle Wissen nicht durch wahren, gerechtfertigten Glauben definiert werden kann, wird in der analytischen Philosophie vorwiegend geteilt: allerdings gibt es auch vereinzelt Kritik daran (siehe etwa *Weatherson*, 2003; *Turri*, 2012).

4 Bereits Bertrand Russell verwendete ein Uhrenbeispiel, um zu zeigen, dass die Definition von Wissen durch wahren Glauben [ohne expliziten Bezug auf Bedingung (iii)] zu weit gefasst ist: „‚Knowledge' is sometimes defined as ‚true belief', but this definition is too wide. If you look at a clock which you believe to be going, but which in fact has stopped, and you happen to look at it at a moment when it is right, you will acquire a true belief as to the time of day, but you cannot be corretly said to have knowledge." (*Russell*, 1948, S. 113).

(Prämisse 1) Wenn A, dann B.

(Prämisse 2) A.

(Konklusion) B.

Formal kann aus dem Konditionalsatz $A \rightarrow B$ (Prämisse 1) und A (Prämisse 2) zwingend auf die Konklusion B geschlossen werden, wobei A und B für Aussagesätze stehen und „$A \rightarrow B$" das materiale Konditional bezeichnet, welches logisch äquivalent zu *nicht-A oder B* ist. Wenn beide Prämissen wahr sind, so ist auch zwingend die Konklusion wahr, da die Argumentform *Modus Ponens* logisch gültig ist. Was ist jedoch, wenn unklar ist, ob die Prämissen wahr sind? Wenn beispielsweise die Prämissen nur mit Wahrscheinlichkeiten bewertet werden können?

Die letzten beiden Fragen führen uns zur probabilistischen Erkenntnistheorie, da sie mit der zweiwertigen, wahrheitsfunktionalen Logik nicht sinnvoll beantwortet werden können. Im Gegensatz zur traditionellen, qualitativen Erkenntnistheorie ist die probabilistische Erkenntnistheorie quantitativ. Epistemische Glaubenszustände können hier graduell sein (siehe beispielsweise *Weisberg*, 2021). Während in der traditionellen Erkenntnistheorie die einzelnen Prämissen entweder wahr oder falsch sein können, erlaubt die probabilistische Erkenntnistheorie unsichere Prämissen. Die Glaubensgrade – also wie stark man glaubt, dass die jeweilige Prämisse stimmt – werden üblicherweise mit Wahrscheinlichkeiten bewertet beziehungsweise gemessen. Wahrscheinlichkeitslogik verknüpft nun die logische Eigenschaft des folgerichtigen Schließens mit der Möglichkeit, unter unvollständigem Wissen beziehungsweise unter epistemischer Unsicherheit zu schließen. Anstatt die logische Gültigkeit eines Argumentes festzustellen, dient die Wahrscheinlichkeitslogik dazu, die Unsicherheit von den Prämissen auf die Konklusion zu übertragen. So kann beispielsweise beim *probabilistischen Modus Ponens* aus den beiden Prämissen

$P(B|A)=0{,}9$ und $P(A)=0{,}9$

auf die Konklusion

$0{,}81 \leq P(B) \leq 0{,}91$

geschlossen werden. Hier wird der Konditionalsatz (Wenn A, dann B) als bedingte Wahrscheinlichkeit interpretiert ($P(B|A)$), und nicht als Wahrscheinlichkeit des materialen Konditionals (i.e., $P(A \rightarrow B)$). Die Wahrscheinlichkeitslogik legt den Fokus auf die Wahrscheinlichkeitsbewertung der Konklusion und nicht auf die logische Gültigkeit des Arguments (siehe beispielsweise *Pfeifer*, im Druck; *Pfeifer/Kleiter*, 2006, 2009).

Während die zweiwertige, wahrheitsfunktionale Logik nur qualitative Bewertungen von Prämissen und Konklusionen zulässt, lassen sich in der Wahrscheinlichkeitslogik Brücken von quantitativen zu qualitativen Bewertungen schlagen; beispielsweise, indem man sich in der

Bewertung auf die extremen Wahrscheinlichkeitswerte 0 und 1 beschränkt. Wenn man etwa überzeugt ist, dass alle Prämissen wahr sind, kann man den Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Prämissen den Wahrscheinlichkeitswert 1 zuordnen. Umgekehrt gilt dies jedoch nicht: Wird A mit der Wahrscheinlichkeit 1 bewertet, bedeutet dies nicht unbedingt, dass A wahr ist.[5] Im Spezialfall, wenn T eine Tautologie[6] ist, spricht man auch gerne vom sichereren Ereignis, welches mit dem höchstmöglichen Wahrscheinlichkeitswert, also 1, bewertet werden muss: $P(T)=1$.

Wahrscheinlichkeiten dienen dazu, das Eintreten von Ereignissen unter Unsicherheit zu bewerten und einzuschätzen. Dem Zufall wird üblicherweise eine wichtige Rolle in der Verursachung künftiger oder unsicherer Ereignisse zugeschrieben. So spricht man in der Statistik gerne von einem sogenannten *Zufallsprozess*, der letztlich für das Eintreten oder Nichteintreten von Ereignissen verantwortlich ist, beziehungsweise diese „generiert“. Insofern die Wahrscheinlichkeiten des Eintretens von Ereignissen bestimmt werden können, lässt sich, metaphorisch gesprochen, der Zufall „zähmen“.

Wir werden uns später den philosophischen Wahrscheinlichkeitsinterpretationen widmen, die sich mit der Frage beschäftigen, was Wahrscheinlichkeiten, ontologisch gesprochen, sind. Dabei geht die Bandbreite von bloßen Denkkonstrukten bis hin zu objektiv in der Welt existierenden Größen, wie etwa den Gravitationskräften. Im folgenden Abschnitt begeben wir uns auf einen kurzen Streifzug durch die Geschichte des Wahrscheinlichkeitsbegriffs.

B. Historische Wahrscheinlichkeitsbegriffe

Beginnen wir unseren Streifzug in der Antike. So findet sich in der *Nikomachischen Ethik* von Aristoteles ein Gegensatz zwischen strengen mathematischen Beweisen und rhetorischer Argumentation, welche auf wahrscheinlichen Prämissen beruht:

> „[...] παραπλήσιον γὰρ φαίνεται μαθηματικοῦ τε πιθανολογοῦντος ἀποδέχεσθαι καὶ ῥητορικὸν ἀποδείξεις ἀπαιτεῖν“ (Buch I, B.3.(25)).
>
> „[...] es wäre geradeso verfehlt, wenn man von einem Mathematiker Wahrscheinlichkeitsgründe annehmen, als wenn man von einem Redner in einer Ratsversammlung strenge Beweise fordern wollte“ (Übersetzung von *Rolfes*, 1911).

5 Wenn die Wahrscheinlichkeitswerte 0 und 1 *per definitionem* für das unmögliche beziehungsweise das sichere Ereignis reserviert werden, spricht man von sogenannten *regulären Wahrscheinlichkeiten*. Diese willkürliche Einschränkung kann manche Berechnungen zwar vereinfachen, führt jedoch zu einer unnötigen Reduktion der Anwendbarkeit der Theorie. Daher will ich hier reguläre Wahrscheinlichkeiten nicht berücksichtigen.

6 Eine Tautologie ist eine logische Wahrheit, wie beispielsweise folgende Disjunktion: *A* oder *nicht-A*. Diese Disjunktion ist unter allen Interpretationen von *A* wahr.

Ähnlich übersetzt[7] W. D. Ross die griechische Zitatstelle mit explizitem Bezug auf Wahrscheinlichkeit (*probable reasoning*):

> „[I]t is evidently equally foolish to accept probable reasoning from a mathematician and to demand from a rhetorician demonstrative proofs" (zitiert nach *Franklin*, 2015, S. 65; Übersetzung von *Ross*, 1918).

Cicero definiert das Wahrscheinliche wie folgt:

> „That is probable which for the most part usually happens (*quod fere solet fieri*) or which is the general opinion or which has in itself some likeness to these, whether it be true or false" (*Cicero*, De Inventione 1.46–48; Übersetzung zitiert nach *Franklin*, 2015, S. 116).

Zum einen entspricht hier das Wahrscheinliche einem Default, also etwas, das meistens oder normalerweise passiert. Beispielsweise, wo es blitzt und donnert, wird es auch normalerweise regnen. Diese Defaultauffassung kann auch als Indiz für eine frühe frequentistische, also häufigkeitsbasierte, Wahrscheinlichkeitsauffassung interpretiert werden. Zum anderen definiert Cicero das Wahrscheinliche als die allgemeine Meinung. Die allgemeine Meinung setzt sich aus jenen Meinungen zusammen, die die meisten Menschen für wahr halten.

In antiken Gerichten wurden zwar Standards an die juristische Beweisführung gestellt, es wurde jedoch keine absolute Sicherheit vorausgesetzt (siehe *Franklin*, 2016, S. 35). Im Talmud setzte beispielsweise eine Verurteilung zwei direkte Zeugen voraus (*Franklin*, 2016). Hier liegt vermutlich die Annahme zugrunde, dass sich ein Zeuge täuschen kann, es jedoch eher unwahrscheinlich ist, dass sich zwei (glaubwürdige) Zeugen täuschen. Im Rahmen des Römischen Rechts wurde folgendes Prinzip vertreten:

> „[A] conviction may not be ‚on suspicion', for ‚It is better to permit the crime of a guilty person to go unpunished than to condemn one who is innocent.'" (*Franklin*, 2016, S. 35)

Dieses Prinzip prägte später den berühmten Spruch: *In dubio pro reo*. Für den Strafprozess bedeutet dies, dass nach Abschluss der Beweiswürdigung im Falle berechtigten Zweifels von einer Verurteilung abgesehen werden soll.

Nicht nur Rechtswissenschaft sondern auch Ethik wurden in der Antike und später im Mittelalter als nicht präzise Wissenschaften aufgefasst. Nach dem Theologen und Mystiker Jean

7 In der Übersetzung dieser Stelle von A. Lasson steht ein Appell an das Gefühl anstelle eines Bezuges zu Wahrscheinlichkeiten: „Es ist nahezu dasselbe: einem Mathematiker Gehör [zu] schenken, der an die Gefühle appelliert, und von einem Redner [zu] verlangen, daß er seine Sätze in strenger Form beweise" (Übersetzung von *Lasson*, 1909; durchgesehen von *Holzinger*, 2013). Konstantina Papathanasiou bestätigte mir freundlicherweise, dass es hier „ganz sicher nicht" um Gefühle geht.

Gerson (um 1400) kann man moralische Sicherheit durch das gewinnen, was meistens passiert, was Autoritäten sagen oder was man selber gelernt hat (siehe *Franklin*, 2016, S. 36 f.). *Probabilis* (wahrscheinlich), *verisimilis* (wahrheitsähnlich), *credibilis* (glaubwürdig), *opinabilis* (konventionell bzw. der Meinung nach) sind nach Schuessler (2019) Beispiele eines probabilistischen Vokabulars aus dem Mittelalter, während *ut frequenter*, *ut in pluribus* und *frequentius* einem frequentistischen Vokabular angehören. Im Mittelalter wurde das Wort *probabilis* nicht ausschließlich für Sätze, Propositionen und Meinungen verwendet. Auch Zeichen, Ereignisse und Personen wurden als *probabel* bezeichnet (so versteht man etwa unter *philosophi probabiliores* die glaubwürdigeren beziehungsweise respektierteren Philosophen). Albertus Magnus verwendete in seinem Werk *Logica* den Begriff *verisimilis* als Synonym für *probabilis*. Andere Philosophen des Mittelalters verbanden jedoch *probabilis* mit *pithanon* (überzeugend, übernehmbar) und *verisimilis* mit *eikos* (wahrheitsähnlich). *Opinio* bezog sich in mittelalterlichen Redeweisen auf Propositionen, die zwar für wahr gehalten wurden, von denen aber gleichzeitig die Person – welche eine solche Proposition für wahr hielt – fürchtete, die Proposition könnte doch nicht wahr sein (*Schuessler*, 2019). Diese Auffassung von *opinio* entspricht einer zwar für wahr gehaltenen, aber grundsätzlich anfechtbaren Meinung. Also wieder eine Art Default.

Im Mittelalter waren probabilistische Begriffe typischerweise binär (X ist probabel oder X ist nicht-probabel) oder komparativ (X ist probabler als Y), jedoch selten quantitativ (also kein Maß dafür, wie probabel X ist; eine Ausnahme bilden beispielsweise geheimgehaltene Schriften zum Teilungsproblem um 1400, siehe *Shafer*, 2018, S. 282). Zudem wurde es für möglich gehalten, dass eine Proposition X von einem Experten als probabel angesehen wird, jedoch gleichzeitig ein anderer Experte die Negation von X ebenfalls als probabel ansieht (*Schuessler*, 2019). Hier ist es wichtig festzuhalten, dass es sich um zwei Experten handelt, die ganz offensichtlich unterschiedlicher Meinung sind. Aus heutiger wahrscheinlichkeitstheoretischer Sicht wäre es inkohärent, wenn eine Person gleichzeitig $P(A) > .5$ und $P(\text{nicht-}A) > .5$ behauptet, da gemäß den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitstheorie $P(A) + P(\text{nicht-}A) = 1$ sein muss.

Der quantitative Wahrscheinlichkeitsbegriff entwickelte sich verstärkt in der Neuzeit (*Sylla*, 2016). Jakob Bernoullis *Ars Conjectandi* von 1713 spielte hierbei eine wichtige Rolle. Teil 1 von Bernoullis Werk setzt sich aus der von ihm kommentierten Reproduktion der ersten wahrscheinlichkeitstheoretischen Analyse von Würfelspielen in Buchform von Christiaan Huygens (*De Ratiociniis in Ludo Aleae*, 1657) zusammen. Huygens Arbeit verallgemeinert die Probleme, die im Briefwechsel von Pascal und Fermat diskutiert werden (*Sylla*, 2016). So wird beispielsweise die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit analysiert, mit einem Würfel in vier Versuchen mindestens eine Sechs zu erhalten (671/1296 = .518). Zudem beschäftigte sich Huygens mit dem Teilungsproblem. Die Formulierung des Teilungsproblems wird meist Luca Pacioli (*Summa de*

Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita, 1494) zugeschrieben und behandelt die Frage, wie bei vorzeitigem Spielabbruch die Spieleinsätze gerechterweise unter den Spielenden aufzuteilen sind. Wer wahrscheinlich gewonnen hätte, sollte demgemäß am meisten ausbezahlt bekommen. Dieses Teilungsproblem wurde interessanterweise bereits etwa 200 Jahre vor dem berühmten Briefwechsel von Pascal und Fermat aus heutiger Sicht mathematisch gelöst (*Shafer*, 2018). So finden sich beispielsweise in der Vatikanischen Apostolischen Bibliothek entsprechende anonyme Handschriften, die um 1400 entstanden sind (*Franci*, 2002; siehe auch *Meusnier*, 2007). In Teil 2 der *Ars Conjectandi* stellt Bernoulli relevante Aspeke der Permutations- und Kombinationsmathematik vor, die er dann im dritten Teil seiner Analyse des Glücksspiels anwendet. Teil 4 handelt von Anwendungen seiner Analysen auf gesellschaftliche, moralische und wirtschaftliche Probleme und beinhaltet einen Beweis des schwachen Gesetzes der großen Zahlen (i.e., Konvergenz der relativen Häufigkeit gegen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses). Bernoulli kombiniert epistemische Wahrscheinlichkeiten mit der Mathematik der Erwartungswahrscheinlichkeit im Glücksspiel (siehe *Sylla*, 2016).

Ein weiteres wichtiges neuzeitliches Werk ist die *Doctrin of Chances* (1718) von Abraham de Moivre. Dort findet sich beispielsweise, dass sich alle möglichen Ereignisse auf 1 aufaddieren müssen. Die Disjunktion aller möglicher Ereignisse ist äquivalent mit dem sicheren Ereignis, das den maximalen Wahrscheinlichkeitswert (i.e, 1) haben muss:

> „The Fractions which represent the Probabilities of happening and failing, being added together, their Sum will always be equal to Unity“ (*de Moivre*, 1718; zitiert nach *Sylla*, 2016, S. 64).

Aus diesem Zitat geht zudem hervor, dass de Moivre Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten interpretiert. Thomas Bayes, ein Zeitgenosse de Moivres, beschäftigte sich in seinem posthum erschienenen Aufsatz *An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances* (1763) mit folgendem Problem:

> „Given the number of times in which an unknown event has happened and failed [... Find] the chance that the probability of its happening in a single trial lies somewhere between any two degrees of probability that can be named“ (*Bayes*, 1763, S. 376).

Unter Bayesianismus werden heute unter anderem[8] subjektivistische Wahrscheinlichkeitsansätze verstanden, die Wahrscheinlichkeiten als Glaubensgrade (*degrees of belief*) und nicht als relative Häufigkeiten auffassen.

8 Irving John Good zeigte, wie 46656 Arten des Bayesianismus unterschieden werden können (*Good*, 1983, S. 20 f.).

Viele Wegbereiter der Wahrscheinlichkeitstheorie wären noch zu nennen, wie etwa Pierre Simon-Laplace, der unter anderem auch eine Bayesianische Interpretation von Wahrscheinlichkeit im statistischen Kontext entwickelte. Beenden wir nun den historischen Streifzug mit dem berühmten Credo von Joseph Butler, das besagt, dass aufgrund der allgegenwärtigen Unsicherheit und Unvollständigkeit der uns vorliegenden Informationen, Wahrscheinlichkeit der eigentliche Leitfaden des Lebens ist:

> „That which chiefly constitutes Probability is expressed in the word Likely, i. e. like some truth [Fußnote: Verisimile], or true event [...] Probable evidence, in its very nature, affords but an imperfect kind of information and is to be considered as relative only to beings of limited capacities. For nothing which is the possible object of knowledge, whether past, present, or future, can be probable to an infinite Intelligence; since it cannot but be discerned absolutely as it is in itself, certainly true, or certainly false. But to Us, probability is the very guide of life“ (*Butler*, 1736/1791, S. 2 f.).

Im folgenden Abschnitt beschäftigen wir uns mit den philosophischen Interpretationen des Begriffs „Wahrscheinlichkeit“ beziehungsweise damit, wie Wahrscheinlichkeiten aufgefasst werden sollen, um metaphysische Auffassungsmöglichkeiten von Zufall besser verstehen zu können.

C. Interpretationen von Wahrscheinlichkeit und Zufall

In klassischen Interpretationen von Wahrscheinlichkeit wird die *Wahrscheinlichkeit von Ereignis A* als *die Anzahl der A-Fälle dividiert durch die Anzahl aller möglichen Fälle* definiert. Beispielsweise ist beim Münzwurf die Wahrscheinlichkeit für „Kopf“ gleich 1/2, da es bei der Münze eine „Kopf“-Seite und eine „Zahl“-Seite gibt, also können üblicherweise insgesamt zwei mögliche Fälle in Betracht gezogen werden. Vertreter der klassischen Wahrscheinlichkeitsinterpretation sind unter anderem Abraham de Moivre, Pierre-Simon Laplace, Blaise Pascal, Jakob I Bernoulli, Christiaan Huygens und Gottfried Wilhelm Leibniz. Die zugrundeliegende Annahme, dass alle möglichen Grundereignisse gleichwahrscheinlich sind, ist charakteristisch für die klassische Wahrscheinlichkeitsinterpretation. Dies ermöglicht, *a priori* eine objektive Wahrscheinlichkeitsbewertung zu erstellen, die sehr einfach ist, da neben der genannten Definition nur die Anzahl der möglichen Grundereignisse bestimmt werden muss. Diese Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit ist jedoch problematisch. Warum sollen alle möglichen Grundereignisse gleichwahrscheinlich sein? Beispielsweise kann man davon ausgehen, dass es bei einer vollständig und korrekt durchgeführten Prüfung zwei mögliche Ausgänge gibt – entweder wurde die Prüfung bestanden oder nicht. Hier ist offensichtlich, dass es absurd wäre, anzunehmen, dass grundsätzlich die Wahrscheinlichkeit des Bestehens einer Prüfung bei 1/2 liegt. Ebenso absurd wäre die Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit für die Note „sehr gut" grundsätzlich bei 1/5 liegt, da die übliche Notenskala von „sehr gut" bis „nicht genügend" fünfstufig ist.

Eine Möglichkeit, Wahrscheinlichkeitsbewertungen ebenfalls durch eine objektive Methode zu erstellen, jedoch mit gewichteten Wahrscheinlichkeiten anstelle von Gleichwahrscheinlichkeiten zu arbeiten, bietet die Klasse der sogenannten logischen Wahrscheinlichkeitsinterpretationen. Ihre Vertreter sind beispielsweise William Ernest Johnson, John Maynard Keynes, Harold Jeffreys und Rudolf Carnap. Charakteristisch für die logische Wahrscheinlichkeitsinterpretation ist, dass Wahrscheinlichkeiten objektiv und *a priori* bestimmbar sind, aber auch gewichtet werden können.

Alan Hájek (2019) führt folgendes Beispiel an, wie die Gewichtung im logischen Wahrscheinlichkeitsbegriff erfolgen kann: Betrachten wir drei Objekte (*a*, *b* und *c*), die die Eigenschaft *F* aufweisen können (z.B. *Fa*, wenn *a* die Eigenschaft *F* hat) oder nicht (*~Fa*, wenn *a* die Eigenschaft *F* nicht hat). Nun gibt es acht mögliche Fälle, auch *Zustandsbeschreibungen* genannt, die sich gegenseitig ausschließen,

Z1: *Fa* und *Fb* und *Fc*

Z2: *~Fa* und *Fb* und *Fc*

Z3: *Fa* und *~Fb* und *Fc*

Z4: *Fa* und *Fb* und *~Fc*

Z5: *~Fa* und *~Fb* und *Fc*

Z6: *~Fa* und *Fb* und *~Fc*

Z7: *Fa* und *~Fb* und *~Fc*

Z8: *~Fa* und *~Fb* und *~Fc*

Aus diesen acht möglichen Fällen ergeben sich vier *Strukturbeschreibungen*, die durch die jeweiligen Zustandsbeschreibungen wahr gemacht beziehungsweise verifiziert werden:

S1: „Alle drei Objekte haben die Eigenschaft *F*" (wird durch Z1 verifiziert)

S2: „Genau zwei Objekte haben die Eigenschaft *F*" (wird durch Z2, Z3 und Z4 verifiziert)

S3: „Genau ein Objekt hat die Eigenschaft *F*" (wird durch Z5, Z6 und Z7 verifiziert)

S4: „Kein Objekt hat die Eigenschaft *F*" (wird durch die Z8 verifiziert)

S1 und S4 sind *homogen*, da sie durch genau eine Zustandsbeschreibung verifiziert werden. Strukturbeschreibungen sind *heterogen*, wenn sie durch mehrere Zustandsbeschreibungen verifiziert werden (hier sind S2 und S3 homogen; vgl. *Hájek,* 2019). Alle Strukturbeschreibungen werden gleich gewichtet. Im gegenwärtigen Beispiel ist der Wert von S1 bis S4 jeweils 1/4, da im Beispiel vier Strukturbeschreibungen betrachtet werden. Dadurch werden die Zustandsbeschreibungen durch die homogenen Strukturbeschreibungen im logischen Wahrscheinlichkeitsmaß stärker gewichtet, als durch die heterogenen: Z1 und Z8 erhalten den Wert 1/4, wohingegen Z2 bis Z7 jeweils den Wert

1/12 erhalten. Daher ist beim logischen Wahrscheinlichkeitsbegriff eine Gewichtung möglich. Wie von Wahrscheinlichkeitsmaßen gefordert, ergibt die Summe der Werte von Z1 bis Z8 den Wert 1 (für mehr Details siehe *Hájek*, 2019).

Beim logischen Wahrscheinlichkeitsbegriff ist die Willkürlichkeit der Regel problematisch, da homogene Strukturbeschreibungen stärker gewichten als heterogene. Zudem ist problematisch, dass der logische Wahrscheinlichkeitsbegriff abhängig von der Wahl des Vokabulars ist: Die Bewertungen sind letztlich abhängig von der Anzahl der Objekte und von den Eigenschaften, die betrachtet werden.

Eine weitere Wahrscheinlichkeitsinterpretation, die objektiv ist, aber nicht *a priori*, ist die frequentistische Wahrscheinlichkeitsinterpretation; zu ihren Vertretern zählen beispielsweise John Venn, Hans Reichenbach und Richard von Mises. Für den frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff ist charakteristisch, dass Wahrscheinlichkeiten mit relativen Häufigkeiten identifiziert werden. Mit den Worten John Venns:

> „Probability is nothing but [...] proportion“ (*Venn*, 1876, S. 84).

Beobachtete relative Häufigkeiten nähern sich, so die Annahme, der objektiven Wahrscheinlichkeit an. Bei dieser Wahrscheinlichkeitsinterpretation ist problematisch, dass unklar ist, wie viele Beobachtungen relativer Häufigkeiten für diese Annäherung hinreichend sind. Wann soll in einer Reihe von relativen Häufigkeiten die objektive Wahrscheinlichkeit erreicht sein? Zudem erlaubt es die frequentistische Wahrscheinlichkeitsinterpretation nicht, Aussagen über die Wahrscheinlichkeit von Einzelereignissen zu treffen, da diese hier undefinierbar sind. Die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten des Eintretens von Einzelereignissen ist jedoch ein wesentlicher Anwendungsbereich von Wahrscheinlichkeitstheorie und -logik. Hierzu zwei Beispiele von Einzelereignissen: Wenn wir einen Spaziergang planen, wollen wir die Regenwahrscheinlichkeit für genau dieses singuläre Ereignis:

Spaziergang auf einer bestimmten Strecke während eines festgelegten Zeitraumes

wissen. Auch medizinische Diagnosen betreffen Einzelereignisse, da sie die Krankheitswahrscheinlichkeit von Einzelpersonen betreffen.

Zu den objektiven Wahrscheinlichkeitsinterpretationen zählen auch Propensitätsinterpretationen. Ihre prominentesten Vertreter sind Charles Sanders Peirce und Karl Popper. Charakteristisch für diese Auffassungen von Wahrscheinlichkeit ist die Propensität oder Verwirklichungstendenz, die auch auf Einzelfälle anwendbar ist. Betrachten wir als Beispiel eine Wahrscheinlichkeitsbewertung im Rahmen eines Würfelwurfs. Laut Peirce ist hier die Propensität eine Eigenschaft des Würfels selbst, wohingegen Propensität für Popper eine Eigenschaft der gesamten Konfiguration des Würfelwurfs ist. Propensität kann somit als Maß für kausale Tendenzen aufgefasst werden. Dies führt jedoch zum Problem der Paradoxie von Humphreys: Da Kausalität asymmetrisch ist, verletzen Propensitäten das Theorem von Bayes (*Humphreys*, 1985), das inverse Wahrscheinlichkeiten auszurechnen erlaubt,

$P(A|B) = (P(B|A)P(A)) / P(B)$, sofern $P(B)>0$.

Schließlich kommen wir zur subjektiven Wahrscheinlichkeitsinterpretation. Vertreter sind beispielsweise Augustus De Morgan, Frank Plumpton Ramsey, Bruno de Finetti, Leonard J. Savage und Richard Jeffrey. Charakteristisch für diese Interpretation ist, dass Wahrscheinlichkeit keine objektive Größe ist, sondern ein Glaubensgrad:

> „By degree of probability, we really mean, or ought to mean, degree of belief“ (*De Morgan*, 1847, S. 172).

Provokanter schrieb Bruno de Finetti im Vorwort seiner zweibändigen Wahrscheinlichkeitstheorie:

> „Probability does not exist“ (*de Finetti*, 1970/1974, S. xi).

Diese Aussage ist ontologisch zu verstehen: Wahrscheinlichkeiten sind subjektiv und somit keine objektiv existierende Größe. Üblicherweise wird die subjektive Wahrscheinlichkeit über Wettquotienten (Vermeidung von „Dutch Books“, also Wetten, die mit Sicherheit zu Verlust führen) oder über sogenannte *proper scoring rules* definiert. Das Adjektiv „subjektiv“ kann zu Missverständnissen führen, wenn beispielsweise die Interpretation von Wahrscheinlichkeit mit der Wahrscheinlichkeitsbewertung verwechselt wird. Sobald die Prämissenwahrscheinlichkeiten bewertet sind, stehen objektive Verfahren zur Übertragung der Unsicherheit auf die Konklusion zur Verfügung. Die Bestimmung der Prämissenwahrscheinlichkeit erfolgt letztlich *a posteriori* (also durch Erfahrung, wie etwa durch Beobachtungen oder durch evolutionär Erlerntes). Ohne Vorwissen kann in der Wahrscheinlichkeitstheorie einem unbekannten kontingenten Ereignis das Einheitsintervall [0,1] zugeschrieben werden. Da allgemein gilt:

$P(A)$ *in* [0,1] genau dann, wenn $P(\sim A)$ *in* [0,1],

wird bei dieser Bewertung weder eine informative Aussage über die Wahrscheinlichkeit des Eintretens von *A* noch über die Wahrscheinlichkeit des Eintretens von *nicht-A* getroffen. Nur wenn

A anstelle eines kontingenten Ereignisses das sichere (Ω) oder unmögliche Ereignis (Ø) bezeichnet, verlangt die Wahrscheinlichkeitstheorie *a priori* die Zuordnung von 1 beziehungsweise 0: i.e,

$P(\Omega)=1$ und $P(\emptyset)=0$.

Neben den oben diskutierten Wahrscheinlichkeitsinterpretationen gibt es auch viele Sonder- beziehungsweise Mischformen, wie etwa den objektiven Bayesianismus (siehe beispielsweise die Arbeiten von *Jaynes*, 2003 oder *Williamson*, 2010) oder Auffassungen, die neutral bezüglich der Subjektivität beziehungsweise Objektivität sind. Solche neutralen Auffassungen finden sich beispielsweise in Schulbüchern, bei denen Wahrscheinlichkeitsaxiome à la Kolmogoroff (1933) vorgestellt werden, ohne auf die Interpretation einzugehen. Auch innerhalb der subjektiven kohärenzbasierten Wahrscheinlichkeitstheorie gibt es eine „syntaktische" (im Sinne von nicht interpretierte) Variante (siehe *Coletti/Scozzafava*, 2002). Schließlich sei auch erwähnt, dass es Ansätze gibt, die dafür plädieren, sowohl subjektive als auch objektive Wahrscheinlichkeitsmaße zu verwenden und diese zu kombinieren (beispielsweise *Schurz*, 2015).

Nun wollen wir die Unterscheidung zwischen subjektiven und objektiven Wahrscheinlichkeitsinterpretationen auf den Begriff des Zufalls anwenden. So kann Zufall als ein objektiver ergebnisproduzierender Prozess aufgefasst werden. Hier stellt sich die Frage, ob dieser Prozess grundsätzlich epistemisch zugänglich ist oder nicht. Ist er epistemisch nicht zugänglich, stellt sich die Frage, ob der Begriff des Zufalls überhaupt für Forschungszwecke sinnvoll ist. Eine alternative Auffassung wäre der Zufall als subjektives Konstrukt, wie es etwa der französische Philosoph der Aufklärung Paul Henri Thiry d'Holbach 1770 in seinem *System der Natur oder von den Gesetzen der Physischen und Moralischen Welt* formulierte:

> „man uses the word chance to cover his ignorance of those natural causes which produce visible effects, by means of which he cannot form an idea; or that act by a mode of which he does not perceive the order" (*d'Holbach* 1770, zitiert nach *Galavotti*, 2005, S. 126).

Wird Zufall als methodisches Hilfskonstrukt verstanden, stellt sich auch die Frage, ob es sich um einen echten Zufall oder um einen Pseudozufall handelt, wie etwa bei computergenerierten Zufallszahlen. Die Website www.random.org (zuletzt abgerufen am 19.9.2021) bietet Zufallszahlen an, die durch atmosphärisches Rauschen generiert sind. Diese Website wirbt damit, anstelle von computergenerierten Pseudozufallszahlen echte Zufallszahlen anzubieten und diese auch frei zugänglich zu machen. Wenn die Signale des atmosphärischen Rauschens nicht kausal miteinander verbunden oder verursacht sind, wäre der entsprechende „echte Zufall" konsistent mit John Stuart Mills Auffassung. Mill interpretierte in seinem Buch *A system of logic* (1843) Zufall als alles, was nicht kausal verbunden ist. Hier stellt sich die ontologische Frage, ob Kausalität eine objektive Eigenschaft der Welt oder ein Denkkonstrukt ist.

In diesem Abschnitt präsentierte ich eine Auswahl möglicher Interpretationen von Wahrscheinlichkeit und Zufall. Zusammenfassend kann Zufall als metaphysisches Gegenstück zur Wahrscheinlichkeit aufgefasst werden. Beispielsweise würden Realisten in Bezug auf den Zufall diesen als tatsächlich existierenden Prozess auffassen, der (wahren) objektiven Wahrscheinlichkeitsbewertungen zugrunde liegt. Subjektivisten würden sich hingegen auf die subjektive Wahrscheinlichkeitstheorie beschränken und sich keine Aussage über die Existenz des Zufalls erlauben oder gar die Existenz des Zufalls ganz verneinen. Zudem sind Auffassungen denkbar, die objektive und subjektive Elemente kombinieren: etwa, dass der Zufall objektiv existiert jedoch epistemisch nicht zugänglich ist und daher eine subjektive Wahrscheinlichkeitsauffassung vertreten wird.

D. Zusammenfassung

Wir haben gesehen, dass Zufall eine wesentliche Rolle im Glücksspiel einnimmt. Damit sind auch rechtliche Fragen mit dem Zufall verknüpft, die sich in Gesetzestexten zum Glücksspiel widerspiegeln. Wahrscheinlichkeit hat sich über die Jahrhunderte von zunächst qualitativen und komparativen Begriffen zu einem quantitativen Begriff, im Rahmen von modernen Wahrscheinlichkeitstheorien, entwickelt. Philosophische Interpretationen von Wahrscheinlichkeit können subjektiv oder objektiv sein, so wie Auffassungen des Begriffs des Zufalls (Pseudozufall, objektiver/echter Zufall, Zufall als bloßes Denkkonstrukt beziehungsweise als Ausdruck von partiellem Nichtwissen etc.). Zufall kann durch Wahrscheinlichkeitstheorie und Wahrscheinlichkeitslogik gezähmt werden. Es liegt nahe, den Zufall als metaphysisches Gegenstück zur Wahrscheinlichkeit aufzufassen, allerdings bleibt im Lichte der diversen Interpretationsmöglichkeiten der metaphysische Status von Zufall unklar.

Danksagung

Der Autor dankt dem Bundesministerium für Wissenschaft und Forschung für die Förderung des Projekts „Logische und wissenschaftstheoretische Grundlagen des Schließens unter

Unsicherheit“ (BMBF Projekt: 01UL1906X) im Rahmen der Förderschiene „Kleine Fächer – Große Potenziale“. Zudem sei den Teilnehmenden der Tagung „Zufall – rechtliche, philosophische und theologische Aspekte (Universität Regensburg, 4. März 2021), des „Seminario di Logica e Filosofia della Scienza“ (Universität Palermo, 31. März 2021) und des Oberseminars „Aktuelle Themen der Theoretischen Philosophie“ (Universität Regensburg, 29. Oktober 2021) für wertvolle Kommentare zu dieser Arbeit herzlich gedankt.

Literatur

Adams, E. W.: The logic of conditionals. An application of probability to deduction, Dordrecht 1975.

Butler, J.: The analogy of religion, natural and revealed, to the constitution and course of nature, 1736/1791 (New edition edited by Samuel, Lord Bishop of Gloucester).

Coletti, G./*Scozzafava*, R.: Probabilistic logic in a coherent setting, Dordrecht 2002.

de Finetti, B.: Theory of probability (Bde. 1, 2), Chichester 1970/1974.

De Morgan, A.: Formal logic: or, The calculus of inference, necessary and probable, London 1847 (Nachdruck 2002 durch Eliborn Classics).

Franci, R.: Una soluzione esatta del problema delle parti in un manoscritto della prima metà del Quattrocento. Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 22, 2002, S. 253 ff.

Franklin, J.: The science of conjecture. Evidence and probability before Pascal. with a new preface, Baltimore 2015.

Franklin, J.: Pre-history of probability, in: Hájek, A./Hitchcock, C. (Hrsg.), The Oxford handbook of probability and philosophy, Oxford 2016, S. 33 ff.

Galavotti, M. C.: Philosophical introduction to probability, Stanford 2005.

Gettier, E.: Is justified true belief knowledge? Analysis, 23(6), 1963, S. 121 ff.

Good, I. J.: Good thinking: the foundations of probability and its applications, Minneapolis 1983.

Hájek, A.: Interpretations of Probability, in: Zalta, E. N. (Hrsg.), The Stanford encyclopedia of philosophy (Herbst 2019 Aufl.), Metaphysics Research Lab, Stanford University, https://plato.stanford.edu/entries/probability-interpret/ (zuletzt abgerufen am 19. September 2021).

Humphreys, P.: Why propensities cannot be probabilities, Philosophical Review, 1985, S. 557 ff.

Jaynes, E. T.: Probability theory. The logic of science, Cambridge 2003.

Kolmogoroff, A. N.: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Berlin 1933.

Lindgren, A.: Rasmus, Pontus und der Schwertschlucker, Hamburg 1987 (Die schwedische Originalausgabe erschien unter dem Titel „Rasmus, Pontus och Toker").

Meusnier, N.: Le problème des partis bouge... de plus en plus, Journal Electronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique 3 (1), 2007.

Pfeifer, N.: Probability logic, in: Knauff, M./Spohn, W. (Hrsg.), Handbook of Rationality, Cambridge, 2021, S. 277 ff.

Pfeifer, N./*Kleiter*, G. D.: Inference in conditional probability logic, Kybernetika, 42, 2006, S. 391 ff.

Pfeifer, N./*Kleiter*, G. D.: Framing human inference by coherence based probability logic, Journal of Applied Logic, 7 (2), 2009, S. 206 ff.

Rizetti, G.: The knowledge of play, written for public benefit, and the entertainment of all fair players. Wherein I. It is demonstrated, that fortune has not that power in play, which is commonly ascribed to her. II. The chances of the games of Hazard, Pharao, and Basset, are calculated and determined; proving, that in games of judgment, skill will always get the better of chance. III. By detecting the frauds in play, that eagerness for gameing might be suppressed, to the preservation of estates, and the advancement of the sciences. Translated from the Latin original of John Rizzetti, with improvements by Richard Seymour, Esq; author of the Court-Gamester, and designed as a second part of that work. Addressed to the Prince of Wales, London 1729.

Russell, B.: Human knowledge. Its scope and limits, London 1948.

Sanfilippo, G./*Pfeifer*, N./*Gilio*, A. Generalized probabilistic modus ponens, in Antonucci, A./ Cholvy L./Papini, O. (Hrsg.). Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (p. 480-490). Cham 2017, S. 480ff.

Schuessler, R.: Probability in Medieval and Renaissance Philosophy, in: Zalta, E. N. (Hrsg.), The Stanford encyclopedia of philosophy (Sommer 2019 Aufl.), Metaphysics Research Lab, Stanford University, https://plato.stanford.edu/entries/probability-medieval-renaissance/ (zuletzt abgerufen am 19. September 2021).

Schurz, G.: Wahrscheinlichkeit, Berlin 2015.

Shafer, G.: Marie-France Bru and Bernard Bru on Dice Games and Contracts, Statistical Science, 33 (2), 2018, S. 277 ff.

Sylla, E. D.: Probability in the 17th- and 18th-century continental Europe from the perspective of Jacob Bernoulli's Art of Conjecturing, in: Hájek, A./Hitchcock C. (Hrsg.), The Oxford handbook of probability and philosophy, Oxford 2016, S. 51 ff.

Turri, J.: Is knowledge justified true belief? Synthese, 184, 2012, S. 247 ff.

Venn, J.: The logic of chance; an essay on the foundations and province of the theory of probability, with especial reference to its logical bearings and its application to moral and social science, and to statistics, 2. Aufl., London 1876.

Weatherson, B.: What are good counterexamples? Philosophical Studies, 115, 2003, S. 1 ff.

Weisberg, J.: Foral Epistemology, in: Zalta, E. N. (Hrsg.), The Stanford encyclopedia of philosophy (Frühjahr 2021 Aufl.), Metaphysics Research Lab, Stanford University, https://plato.stanford.edu/entries/probability-medieval-renaissance/ (zuletzt abgerufen am 8. Jänner 2021).

Williamson, J.: In defense of objective Bayesianism, Oxford 2010.

Zollinger, M.: Geschichte des Glücksspiels. Vom 17. Jahrhundert bis zum Zweiten Weltkrieg, Wien/Köln/Weimar 1997.