Dr. F. Misev SoSe 2020, Uni Regensburg

# Elementare Zahlentheorie

7. Übungsblatt – 3. Juni 2020

**Aufgabe 1**. Beschreiben Sie die Lösungsmenge für jede der folgenden drei simultanen Kongruenzen.

$$\text{(a)} \left[\begin{array}{ll} x \equiv 1 & \bmod 5 \\ x \equiv 2 & \bmod 6 \\ x \equiv 3 & \bmod 7 \end{array}\right. \quad \text{(b)} \left[\begin{array}{ll} x \equiv -2 & \bmod 7 \\ x \equiv 7 & \bmod 9 \\ x \equiv 3 & \bmod 4 \end{array}\right. \quad \text{(c)} \left[\begin{array}{ll} x \equiv 1 & \bmod 6 \\ x \equiv 5 & \bmod 14 \\ x \equiv 4 & \bmod 21 \end{array}\right.$$

**Aufgabe 2**. Lösen Sie die folgenden Kongruenzen, indem Sie diese zuerst mithilfe von Satz 10 aus der Vorlesung kürzen.

$$\text{(a)}\ \ 3x \equiv 6 \mod 12 \qquad \text{(b)}\ \ 39x \equiv 13 \mod 26$$

**Aufgabe 3**. Lösen Sie das folgende Kongruenzsystem.

$$\left[\begin{array}{rl} 3x \equiv -18 & \bmod 12 \\ 2x \equiv 251 & \bmod 7 \\ 15x \equiv 5 & \bmod 25 \\ 4x \equiv 12 & \bmod 14 \end{array}\right.$$

*Hinweis:* Vereinfachen Sie zuerst jede Kongruenz einzeln.

**Aufgabe 4**. Bestimmen Sie alle Lösungen der Kongruenz

$$x^2 - 1 \equiv 0 \mod 35.$$

Aus wievielen Restklassen $\overline{x}$ modulo 35 besteht die Lösungsmenge?
*Hinweis:* Untersuchen Sie zuerst, für welche $\overline{a}, \overline{b} \in \mathbb{Z}/35\mathbb{Z}$ gilt $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{0}$.

**Aufgabe 5**. Ein Zugwaggon der Länge 30 m soll in Zweier- und Viererabteile unterteilt werden. Ein Zweierabteil braucht 120 cm Platz, ein Viererabteil 180 cm. Welche Möglichkeiten gibt es?