Algebra - Gesetze und Regeln für Termumformungen

Grundgesetze

Kommutativgesetz:	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
Assoziativgesetz:	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
Distributivgesetz:	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	

Minusregeln

$$-(-a)=a \qquad -(a+b-c)=-a-b+c \qquad -(-a+b-c)=a-b+c$$

$$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b} \qquad (-a)^n=\begin{cases} a^n & \text{für } n \text{ gerade} \\ -a^n & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

Brüche

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \qquad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}+\frac{c\cdot b}{d\cdot b}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c} \qquad \frac{a}{\frac{b}{c}}=a\cdot\frac{c}{b}=\frac{a\cdot c}{b} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b\cdot c}$$

Faktoren bilden

Ausklammern: $a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c)$

Binomische Formeln:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$$

Potenzen

Definition: $\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n \text{ mal}}=a^n$

Potenzgesetze: *Achtung! Nur für Produkte und Brüche, nie für Summen und Differenzen!*

Gleiche Basis:	$a^x\cdot a^y=a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$
Gleicher Exponent:	$a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$	$\frac{a^x}{b^x}=\left(\frac{a}{b}\right)^x$
Zweimal potenzieren:	$(a^x)^y=a^{x\cdot y}$	

Spezielle Potenzen: $a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad a^0=1 \qquad a^1=a \qquad 1^n=1 \qquad 0^n=0$

Potenzen von negativen Zahlen: $(-a)^n=\begin{cases} a^n & \text{für } n \text{ gerade} \\ -a^n & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$

Zusammenhang Wurzeln und Potenzen: $\sqrt[k]{a}=a^{\frac{1}{k}} \qquad \sqrt[k]{a^n}=a^{\frac{n}{k}}$

Algebra - Gesetze und Regeln für Termumformungen

`Wurzeln`

Wichtigste Gesetze: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ $\qquad \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

$\sqrt{a^2} = a$ (für positive a, für negative a gilt: $\sqrt{a^2} = -a$)

Für weitere Umformungen empfiehlt es sich, die Wurzeln mit folgenden Regeln in Potenzen umzuwandeln:

$$\sqrt[k]{a} = a^{\frac{1}{k}} \qquad \sqrt[k]{a^n} = a^{\frac{n}{k}}$$

Alternativ zur Umwandlung der Wurzeln in Potenzen, kann man auch mit folgenden Gesetzen arbeiten:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[kn]{a^{km}} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Spezielle Wurzeln: $\sqrt[n]{0} = 0 \qquad \sqrt[2]{a} = \sqrt{a} \qquad \sqrt[1]{a} = a \qquad \sqrt[n]{a^{-m}} = \dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

`Logarithmen`

Definition: $\log_a b = x$ ist gleich bedeutend mit $a^x = b$

Logarithmen im Kopf rechnen: $\log_a b = ?$ bedeutet: *a hoch wieviel ergibt b?*

Regeln: $\log(u \cdot v) = \log u + \log v \qquad \log\left(\dfrac{u}{v}\right) = \log u - \log v$

$$\log u^r = r \cdot \log u \qquad \log\left(\frac{1}{v}\right) = -\log v$$

Logarithmen zu speziellen Basen: $\lg b = \log_{10} b \qquad \ln b = \log_e b$

Der Taschenrechner kennt nur die Logarithmen zur Basis 10 und zur Basis e. Deshalb müssen Logarithmen zu anderen Basen zuerst mit dem Basiswechselsatz umgeformt werden:

$$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$$

Logarithmen von speziellen Werten: $\log_a 1 = 0 \qquad \log_a a = 1$

$$\log_a a^n = n \qquad a^{\log_a b} = b$$