

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Methoden”
Blatt 2

[Beachte: Aufg. mit (*) sind schriftlich jeden Mi vor 08:00 in die entsprechenden Briefkästen abzugeben.]

Aufgabe 1 Tangens Hyperbolicus [2P]

Der *Tangens Hyperbolicus* auf \mathbb{R} ist definiert durch $\tanh(x) := (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$, $x \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion des Tangens Hyperbolicus. Finden Sie dabei die richtige Einschränkung der Definitions- und Zielmenge, so dass die Funktion bijektiv ist. Bestimmen Sie außerdem die Ableitung der Umkehrfunktion.

Aufgabe 2 Integrale 1 [4P]

Berechnen Sie die folgenden Integrale durch Substitution oder partielle Integration:

$$\text{a) } \int x \sin(ax) dx, \quad \text{b) } \int \sin(x) \cos(x) dx, \quad \text{c) } \int \cos^2(x) dx, \quad \text{d) } \int \tanh(x) dx,$$

mit $x, a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 Partialbruchzerlegung [4P]

Integrieren Sie mittels Partialbruchzerlegung:

$$\text{a) } \int \frac{5x - 6}{(x - 2)(x^2 - 7x + 12)} dx, \quad \text{b) } \int \frac{x^3 - x^2}{(x + 2)(x^2 - 3x + 2)} dx,$$

mit $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4 * Ableitungsregeln [7P]

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen

$$\text{a) } \frac{d^n}{dy^n} \sqrt{y^2 + a^2}, \quad \text{b) } \frac{d}{dz} z^z, \quad \text{c) } \frac{d}{dx} \left[e^{\sin^2(x)} + \sqrt{\tan(x)} \right] \ln \left[\frac{ax^3 + bx + c}{\cos(x)} + \tanh(x) \right],$$

mit $a, y \in \mathbb{R}$, $z \in (0, \infty)$ $n = 1, 2$, sowie $x \in [0, \pi/2)$ und $c > 0$.

Hinweis $a^b = e^{b \ln(a)}$

Aufgabe 5 * Integrale 2**[9P]**

Integrieren Sie:

a) $\int x^2 \cos(x^3) dx$, b) $\int e^{ax} \cos(2x) dx$, c) $\int x^n \ln(x) dx$,

d) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}} dx$, e) $\int x e^{ax^2} dx$, f) $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2(x)} dx$,

g) $\int \sin(x) e^{\cos(x)} dx$, h) $\int \frac{1}{x^2 + 4x + 8} dx$, i) $\int_0^1 \frac{e^{a\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$,

mit $x, a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}_0$.