

**Übungen zur Vorlesung “Mathematische Methoden”**  
**Blatt 1**

---

[Beachte: Aufgaben mit (\*) sind jeden Mi vor 8:00 (vor der Zentralübung) schriftlich abzugeben.  
Ort: entsprechende Briefkästen.]

**Aufgabe 1 Trigonometrische Funktionen, Arkus- und Hyperbelfunktionen [9P]**

Skizzieren Sie die folgenden trigonometrischen Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$\sin(x), \quad \cos(x), \quad \tan(x), \quad \cot(x),$$

so wie die Umkehrfunktionen:

$$\operatorname{arccot}(x), \quad x \in (-\infty, +\infty); \quad \arcsin(x), \quad x \in [-1, 1],$$

und die Hyperbelfunktionen:

$$\sinh(x), \quad \cosh(x), \quad \tanh(x).$$

**Aufgabe 2 Ableitungen 1 [8P]**

Berechnen Sie die Ableitung nach  $x$ :

$$x^n, \quad [ax + x^3], \quad e^{ax^2}, \quad a,$$

für  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  und  $x, a \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 3 Ableitungen 2 [14P]**

Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen aus Aufgabe 1.

**Aufgabe 4 Partialbruchzerlegung [10P]**

Vereinfachen Sie mittels Partialbruchzerlegung:

$$\frac{x^3 + x^2 - 3x + 3}{x^2 + x - 2}, \quad \frac{x^2 + 1}{(x^3 - 1)(x + 2)}.$$

**Aufgabe 5 Zahlenlehre [6P]**

Zeigen, oder widerlegen Sie:

$$1 = 0.\bar{9}.$$

**Aufgabe 6 \* Komplexe Zahlen I****[12P]**

Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\left| \frac{\sqrt{5} + 3i}{1 - i} \right|, \quad (1 + i)^4, \quad \sin(i), \quad i^i.$$

**Aufgabe 7 \* Komplexe Zahlen II****[11P]**

- (a)(3P) Stellen Sie die Punktmenge  $A = \{z \in \mathbb{C} \mid 2\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z) = 0\}$  graphisch dar.
- (b)(4P) Gegeben sei  $z^{-2} = 1 + i$ . Geben Sie alle Lösungen für  $z \in \mathbb{C}$  an und ermitteln Sie jeweils  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$ ,  $\arg(z)$  und  $|z|$ .
- (c)(4P) Zeigen Sie:

$$\cos^4(\phi) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos(2\phi) + \frac{1}{8} \cos(4\phi), \quad \phi \in \mathbb{R} \quad (1)$$

mit Hilfe der Eulerschen Formel.