

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Methoden”
Blatt 1

[Beachte: Aufgaben mit (*) sind jeden Mi vor 8:00 (vor der Zentralübung) schriftlich abzugeben.
Ort: entsprechende Briefkästen.]

Aufgabe 1 Trigonometrische Funktionen, Arkus- und Hyperbelfunktionen [9P]

Skizzieren Sie die folgenden trigonometrischen Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\sin(x), \quad \cos(x), \quad \tan(x), \quad \cot(x),$$

so wie die Umkehrfunktionen:

$$\operatorname{arccot}(x), \quad x \in (-\infty, +\infty); \quad \arcsin(x), \quad x \in [-1, 1],$$

und die Hyperbelfunktionen:

$$\sinh(x), \quad \cosh(x), \quad \tanh(x).$$

Aufgabe 2 Ableitungen 1 [8P]

Berechnen Sie die Ableitung nach x :

$$x^n, \quad [ax + x^3], \quad e^{ax^2}, \quad a,$$

für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und $x, a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 Ableitungen 2 [14P]

Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen aus Aufgabe 1.

Aufgabe 4 Partialbruchzerlegung [10P]

Vereinfachen Sie mittels Partialbruchzerlegung:

$$\frac{x^3 + x^2 - 3x + 3}{x^2 + x - 2}, \quad \frac{x^2 + 1}{(x^3 - 1)(x + 2)}.$$

Aufgabe 5 Zahlenlehre [6P]

Zeigen, oder widerlegen Sie:

$$1 = 0.\bar{9}.$$

Aufgabe 6 * Komplexe Zahlen I**[12P]**

Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\left| \frac{\sqrt{5} + 3i}{1 - i} \right|, \quad (1 + i)^4, \quad \sin(i), \quad i^i.$$

Aufgabe 7 * Komplexe Zahlen II**[11P]**

- (a)(3P) Stellen Sie die Punktmenge $A = \{z \in \mathbb{C} \mid 2\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z) = 0\}$ graphisch dar.
- (b)(4P) Gegeben sei $z^{-2} = 1 + i$. Geben Sie alle Lösungen für $z \in \mathbb{C}$ an und ermitteln Sie jeweils $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$, $\arg(z)$ und $|z|$.
- (c)(4P) Zeigen Sie:

$$\cos^4(\phi) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos(2\phi) + \frac{1}{8} \cos(4\phi), \quad \phi \in \mathbb{R} \quad (1)$$

mit Hilfe der Eulerschen Formel.